DIEGUEZ JUAN CARAMUEL

ASA

400

JUAN CARAMUEL

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XVII

POR

DAVID FERNÁNDEZ DIÉGUEZ

TRABAJO PUBLICADO EN LA
REVISTA MATEMÁTICA
HISPANO - AMERICANA

MADRID
1919

B

31 pag - 2 laminas

JUAN CARAMUEL

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XVII

POR

DAVID FERNÁNDEZ DIÉGUEZ

TRABAJO PUBLICADO EN LA
REVISTA MATEMÁTICA
HISPANO - AMERICANA

MADRID
1919

Establecimiento tipográfico de Fortanet, Libertad, 29, teléfono 991.

UN MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XVII

JUAN CARAMUEL

En el artículo que publicamos en los números 43 y 44 de la REVISTA DE LA SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA nos dolíamos de lo olvidados que yacen algunos hombres meritísimos de nuestra patria que han trabajado, en siglos pretéritos, en la ciencia matemática. Afortunadamente, nótase desde hace algún tiempo y en aquel particular una saludable reacción que se manifiesta, ya en el plausible empeño con que aquella Revista promovió la formación y publicación de papeletas bibliográficas y biográficas, a fin de ir aportando materiales para que algún futuro historiógrafo escriba la Historia de la Matemática en España, ya por la atención que a esta materia prestan las doctas Corporaciones, como la *Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid*, que para el concurso del año 1917 propuso, entre otros, el siguiente tema: *Monografías histórico-científicas de matemáticos españoles anteriores al siglo XVIII.*

Mucho debe complacernos esta excitación a dirigir las escrutadoras miradas de los investigadores y bibliófilos hacia el glorioso pasado de España, que si rayó a grande altura en los estudios filosóficos, teológicos, literarios y artísticos, no dejó tampoco de contar entre sus sabios diligentes cultivadores y eruditos divulgadores de las ciencias exactas, tales como entonces se las conocía. Labor en sumo grado laudable es la de renovar su memoria y procurar que vuelvan a adquirir popularidad y fama aquellos esclarecidos españoles que se llamaron Pedro Ciruelo, Martínez Silíceo, Pedro Núñez, Pérez de Moya, Jerónimo Muñoz, Juan Caramuel, José Zaragoza, Hugo de Omerique, José Rodríguez González... y otros más, para que «convirtiendo la vista a sus enseñanzas y tomándolas por base de sus ulteriores disquisiciones, recobre España su pristina *personalidad* e influencia en el mundo científico» (*). Porque es indudable que, si

(*) Gumersindo Laverde: pág. XLIII, tomo I de *La Ciencia Española*.

bien la ciencia es una y que la verdad no tiene patria, «nadie negará tampoco que la verdad y la ciencia adoptan formas y caracteres distintos en cada tiempo y país, según el genio e historia de las razas, a cuyas peculiares condiciones se atenta con la manía de introducir lo extranjero sin *asimilarlo* a lo propio. Infríngese una ley fundamental de la vida, así espiritual como física, cuando a la *asimilación* se sustituye la *superposición*, nunca duradera ni fructuosa» (*).

Atentos, pues, a estas consideraciones, hemos procurado hacer un estudio, aunque incompleto, de uno de aquellos hombres eminentes y de una de sus obras matemáticas más notable y tal vez menos conocida; y de dicho estudio es fruto modesto el presente trabajo, que otros con más vagar y fuerzas podrán completar.

Juan Caramuel nació en Madrid el 23 de Mayo de 1606 (**). Fué hijo de don Lorenzo Caramuel y Lobkowitz, natural de Bohemia que vino a España con el empleo de ingenie-

---

(*) Gumersindo Laverde: pág. XLV, tomo I de *La Ciencia Española*.

(**) Nació en la calle de la Puebla, y recibió el Bautismo, en 4 de junio, en la parroquia de San Martín, en donde se puede ver su partida de nacimiento, que está al lib. v, fol. 302, y dice así: «En la villa de Madrid, en quatro días del mes de junio de mil seiscientos y seis años, yo el Lic. Juan de Tosantos, Teniente Cura de la Parroquia de San Martín de la dicha Villa, bauticé a *Juan*, hijo de Lorenzo Caramuel y Catalina de Frisia, su muger; fueron sus padrinos Juan Osbaldo y Leonor de Mendoza, testígos el Lic. Bermúdez, el Lic. Blanco, Juan Escudero, y lo firmé fecha ut supra=Lic. Tosantos».

Para todo lo relativo a la vida y trabajos de *Juan Caramuel* véanse las siguientes obras:

Nicolás Antonio: *Bibliotheca hispana nova*, tomo I, pág. 668 (Roma, 1772).—Sarmiento, en varias de sus obras manuscritas.—Serrano: *Astronomía Universal*, folio 47 del prólogo.—Fray Bernardo Alvarez: *Lustro primero del púlpito*, discurso histórico, párrafo 6.—Argaiz: *Perla de Cataluña*, pág. 472.—Murillo: *Geographía*, tomo x, cap. II, pág. 61. *Biografía eclesiástica completa* (tomo III).—Nicerón: *Memoires pour servir à l'histoire des hommes illustres de la republique des lettres* (París, 1727-1745, 43 tomos).—Paquot: *Memoires pour servir à l'histoire littéraire des dix-sept provinces des Pays Bas* (Lovaina, 1735-1770).—Pascal: *VII lettre à un Provincial*.—*Studien und Mitteilungen aus dem Benediktiner —und dem Cistercienser— Order* (1914).—Tardesi: *Memorie della vita di Giovanni Caramuele* (Venecia, 1760).—Alvarez y Baena: *Hijos de Madrid, ilustres en santidad, dignidad, armas, ciencias y artes* (Madrid, 1789-1791).

ro, y de su esposa Doña Catalina de Frisia, natural de los Estados de Flandes. Desde niño mostró singular precocidad, y se aficionó tanto al estudio de las Matemáticas, en las que tuvo por maestro a Juan Esronita, Arzobispo del Monte Líbano, que su mismo padre, aunque profesor de ellas y notable, hubo de moderar esta pasión con severidad, temiendo que desdeñase las otras ciencias; no obstante esto, no pudo menos de aplaudir que su hijo, antes de saber latín, ya defendiese conclusiones del célebre *Tratado de la Esfera,* de Juan de Sacro-Bosco. En tal edad se metía en serios problemas de matemáticas, y a los diez años publicó unas tablas astronómicas.

Estudió en Alcalá la Gramática, la Retórica y Poética y la Filosofía de Aristóteles, siendo su profesor en esta última disciplina Benito Sánchez, más tarde Obispo de Puzol en el reino de Nápoles. El trato y comunicación con los sabios cistercienses Benito y Atanasio Cuchis y Crisóstomo Cabero, le inclinaron a ingresar en su orden. Vistió el hábito de San Benito en el Monasterio de la Espina, en Castilla la Vieja, de mano de Fr. Lorenzo de Cueto, y allí profesó. Estudió otra vez Filosofía en el de Montederramo (Galicia), y la Teología en el Colegio de Nuestra Señora del Destierro, Salamanca, en donde tuvo por maestro al Ilmo. Sr. D. Fr. Angel Manrique, General que fué de su Congregación y Obispo de Badajoz (*).

Terminados en Salamanca los años de oyente, pasó a explicar Teología en el Colegio de Alcalá, primero, y en el de Palazuelos, después.

Desde aquí pasó a Portugal, y luego a la Universidad de Lovaina, en donde, después de recibir el grado de Doctor en Teología, enseñó algunos años. Disputó allí con Liberto Fromondo, Deán de la Iglesia de San Pedro de aquella ciudad, sobre la doctrina del Probabilismo, e impugnó los errores de Jansenio, siendo su ingenio admirable el primero en descubrirlos, y avisando a los demás doctores católicos, que después se gloriaban de ser primeros. No sólo le admiró Lovaina como eminente profesor, sino también como ingenioso defensor de sus murallas contra los ataques de un poderoso ejército de holandeses y franceses herejes, siendo uno de los principales a quien debió su defensa la plaza, como lo confesó el Serenísimo Infante Cardenal Don Fernando de Austria.

Se proveyó en él la Abadía de Melrose (Escocia), y la Orden cisterciense le hizo su Vicario general en la Gran Bretaña e Irlanda, aunque parece que nunca abandonó el continente europeo. Pasó después, con el cargo de Abad, a la Abadía de Disibodenberg, en el Palatinado, en donde

(*) En la escalera principal de dicho Colegio se veían, en 1789, los retratos de *Caramuel* y del P. Manrique. No sabemos si en la actualidad existen allí los referidos retratos.

el Serenísimo Anselmo Casimiro, Arzobispo Elector de Maguncia, le honró haciéndolo su coadjutor con el título de Obispo de Misia. Turbada la paz en el Palatinado por violencias de Suecia, *Caramuel* marchó a Viena, llamado por el Emperador Fernando III, según afirma alguno de sus biógrafos, o enviado allí por el Rey de España como Embajador en la corte austriaca, según aseguran otros. El Emperador le nombró Abad superior del Monasterio de los benedictinos de Viena y del célebre de Nuestra Señora de Montserrat de Emaus, en Praga, intentando inútilmente los monjes de estas casas que mudase el hábito cisterciense por el suyo. El Cardenal Harrach, Arzobispo de Praga y Primado de Bohemia, le hizo su Vicario general.

Estando en Praga *Caramuel* la cercaron los suecos, en 1648, y él fué uno de los tres principales defensores de la ciudad, conducta valerosa que premió el Emperador Fernando enviándole un collar de oro, como a los generales Rodolfo Colloredo e Inocencio de Conti, que habían cooperado a la misma defensa. Restablecida la paz, el César y el Cardenal primado le dieron el cargo de predicador para convertir a los bohemios, lo que hizo con tanto acierto, que redujo al gremio de la religión católica, predicando y disputando, a más de 30.000 herejes, según escribió y aseguró a la Santidad de Alejandro VII el mismo Cardenal Harrach, testigo de todo. Dióle el Emperador el Obispado de Kömgratz (Bohemia), después de haberlo sido de Iprés (Flandes), de la Diócesis de Malinas.

El Papa Alejandro VII, que había conocido a *Caramuel* cuando aquél era Nuncio en Flandes, acordándose de la amistad que le había profesado y deseando tenerle a su lado por las excelsas dotes que le adornaban, lo llamó a Roma, en donde lo recibió con tan singulares muestras de afecto que todos esperaban que ilustraría su virtud y talento con la sagrada púrpura. Mas, con sorpresa grande, sólo se le dió, a instigaciones quizá de sus enemigos, que veían con envidia sus triunfos, el corto Obispado de Campania, en el reino de Nápoles. Creyeron todos que *Caramuel* no lo aceptaría; pero eran tales la virtud y la modestia en este esclarecido varón, que aceptó gustoso la honra que Su Santidad le hacía, y pasó a su nueva diócesis, en donde se hallaba el año de 1665. Después fué promovido a Arzobispo de Tarento, en el mismo reino, y últimamente, y para fomentar sus empresas científicas y literarias, el Rey de España le concedió el Obispado de Vigeven (Lombardía), donde falleció el lunes 7 de Septiembre de 1682, a lossetenta y seis años y tres meses y medio de edad.

Diósele sepultura en la capilla del Sagrario de su misma Iglesia Catedral, donde se lee este conciso epitafio: MAGNUS CARAMUEL EPISCOPUS VIGEVANI. Y enfrente esta inscripción:

En ubi lingua silet, et calamus mag || ni Joannis Caramuel: qui vel XI. Æta || tis anno libros scribens, mox mona || chus Pontificibus carus, ac regibus XXX. || Hominum millia revocavit ab hæresi: || Obsessam ingenio, et ense liberavit || Pragam: linguas omnes edoctus et dis || ciplinas vitæ annis æquavit volumina || LXXVII. Ita veges ut nunquam otiatus: || demum suis in operibus immortalis: || Nuncio comite, tum nato cum obiit, dum || in hac Cathedrali Episcopi æternum || clari, pronatæ Virginis festo vespe- || ræ solvebantur, cœlo natus, terras || reliquit anno M.DC.LXXXII.

Tal es, a grandes rasgos descrita, la vida del célebre español *Juan Caramuel,* que ha merecido los más grandes elogios de eminentes hombres de ciencia por la inmensa e interesante labor matemática, filosófica, teológica, etc., que realizó y que hizo compatible con el celo con que desempeñó los graves cargos que le confirieron los Monarcas y sus superiores en religión. Según él dice, fué ingeniero e intendente de las fortificaciones de Bohemia, y el Conde de Peñaranda le llevó por su camarada desde la ciudad de Francfort a aquel reino, hacia el año de 1659.

Su ingenio fué eminente y universal en todas las ciencias, y particularmente en las Matemáticas, y de éstas en la Astronomía, dejando escritas no menos de 262 obras, de ellas muchas en folio, y sobre toda clase de materias, pudiendo ellas solas formar una rica y variada biblioteca. El P. Fr. Martín Sarmiento, benedictino, su acérrimo apasionado, habla de él en varias partes de sus escritos, y dice que fué excelente gramático especulativo y práctico, experto lógico y metafísico, universal matemático, agudo teólogo y jurista, erudito poeta y musicógrafo notable, defensor de la nueva escuela, que pretendía restablecer la escala de siete notas inventada por San Gregorio en el año 600, y modificada por Guido de Arezzo al reducirla a seis. Escribía gallardamente, sabía dibujar, burilar y estampar con destreza.

Llegó a tal extremo su fama de hombre eminente, que sus contemporáneos decían «que tenía ingenio como ocho», y «*que si Dios dejase perecer las ciencias todas en todas las Universidades del mundo, como Caramuel se conservase, él solo bastaría para restablecerlas en el ser que hoy tienen*». El Emperador Fernando III invirtió una tarde en su celda viendo y reconociendo sus obras manuscritas, y dijo a los que le acompañaban: «Yo no quiero juzgar si los manuscritos que he visto son malos o buenos; júzguenlo los lectores que los compran a precio muy subido, y los impresores que tantas veces los estampan. Sólo diré que, a no haberlo visto, no me fuera nunca creíble que una sola mano y una sola pluma haya escrito tantas cosas y tan diferentes».

Nuestro gran polígrafo D. Marcelino Menéndez y Pelayo dedica en *La Ciencia Española*, muy repetidas veces y con diverso motivo y ocasión, los mayores elogios a *Juan Caramuel,* a quien coloca en primera línea entre los grandes pensadores españoles de aquellos tiempos. Así, en la página 35 del tomo I de dicha obra, se expresa de este modo: «... el portentoso Caramuel que, además de sus controversias con Tycho-Brahe, dejó una vasta enciclopedia de todas las matemáticas puras y aplicadas...» En la página 91 del tomo II dice, hablando de los filósofos y pensadores que tuvo España en el siglo XVII: «Tuvo al Obispo Caramuel, uno de esos portentos de sabiduría y de fecundidad que abruman y confunden el pobre entendimiento humano. Este hombre extraordinario proclamaba y seguía el libre examen filosófico, y estaba muy al tanto de todas las doctrinas cartesianas, gassendistas, etc., de entonces, doctrinas que discute, sin adoptarlas a tontas y a locas, como hacemos hoy con cualquier sistema extranjero».

Juan Jacobo Brucker, insigne historiador alemán, a quien la crítica moderna considera como el fundador de la historia de la filosofía, dedica varios párrafos a *Caramuel* en su *Historia Criticæ Philosophiæ* (Leipzig, 1743; tomo IV, parte 1.ª, págs. 132 a 135). Le llama hombre de singular ingenio; le atribuye peregrinos estudios en las lenguas orientales, incluso el chino, y le considera como un innovador enciclopédico, autor de una nueva escolástica. En su *Mathesis Audax* se propuso resolver, por métodos aritméticos y geométricos, todas las controversias lógicas, físicas y teológicas. Proclamó audazmente la libertad filosófica. Respecto de Descartes vaticinó que «quitadas o alteradas muy pocas opiniones suyas, las demás triunfarían y llegarían a ser comunes». Brucker transcribe la extraña clasificación que *Caramuel* hizo de las ciencias filosóficas.

El muy docto historiógrafo Sr. Oviedo Arce, hablando de nuestro biografiado en un trabajo que titula *El arte de volar en el siglo XVII,* se expresa así: «*Caramuel* es más que el nombre de un sabio, el símbolo de la ciencia española del *siglo XVII.* Nadie como él, en aquella edad de oro de las letras de nuestra patria, cultivó fecundamente todos los campos del saber. Nadie como él fué a un tiempo filósofo, teólogo, político, jurisconsulto, matemático, físico, astrónomo, humanista, filólogo. Más genial que los compiladores de la Edad Media, San Isidoro, Beda, Alcuino, y que los polígrafos de la Edad Moderna, Feijóo, Sarmiento; D. Juan Caramuel ha sido en todo innovador o creador. El talento audaz y ductilísimo del inmortal benedictino llevóle a intervenir en todas las controversias que en su siglo agitaron a los grandes pensadores de Europa entera. Un día disputaba con los protestantes, bayanistas y jansenistas. Otro intervenía en la cuestión de Galileo, tratándola con un criterio modernísimo y dándole solución inapelable; y en la famosa *De auxiliis* proponiendo el primero la distinción que opone los términos *necesario e infalible* para conciliar la eficacia de la gracia con la intangible libertad... Ahora discurría con su amigo Descartes, o contra él, sobre los problemas fundamentales de la metafísica; ahora sentaba las bases filológicas de la ciencia del lenguaje... Recorrió el amplio horizonte de las ciencias matemáticas y físico-naturales, planteando cien problemas, muchos de los cuales aún hoy tienen valor en las altas escuelas de esas facultades».

Mas a pesar de la alta estima que hombres tan eminentes como los citados y otros han tenido del saber profundo de *Juan Caramuel,* su nombre es, desgraciadamente, todavía hoy desconocido para gran número de españoles cultos. Bien es cierto que ya sus contemporáneos se lamentaban de este desconocimiento en cuanto a sus obras, como así lo expresa un íntimo amigo y apasionado de *Caramuel*: el Ilmo. Sr. D. Fr. Antonio Augustín, Obispo de Santa María de Albarracín, de la Orden de San Jerónimo y natural de Zaragoza, quien en el prólogo que puso a la traducción castellana de uno de los libros de aquel hombre genial, se queja de lo poco conocidas que eran en España las obras de este universalísimo autor.

LAS OBRAS MATEMÁTICAS DE JUAN CARAMUEL

Muy difícil, si no imposible, es formar una lista completa de todas las obras que dejó escritas *Caramuel*. Muchas de ellas constituyen hoy verdaderas curiosidades bibliográficas, y algunas son libros de singular rareza. Gran parte de las obras fueron impresas en su tiempo dos y tres veces, y siempre las aumentaba, adicionaba o les mudaba el título. Dejando aparte los libros que tratan de filosofía, teología, gramática, política, historia, etc., que salen fuera de nuestro propósito, a continuación exponemos una relación de las obras de Matemáticas, tales como entonces se consideraban estas ciencias, escritas por *Caramuel,* con una breve explicación de su objeto, que el editor expresa en latín y que nosotros traducimos literalmente al español.

Vt, Re, Mi, Fa, Sol, La, Bi. Nova Musica.—Excluye todas las mudanzas. Demuestra que cada una de las cuerdas no pueden tener dos ni tres nombres, sino uno solo. Demuestra que el canto que llaman suave *(molle)* evidentemente se diferencia del canto *duro* en la palabra, no en el sonido. Y, finalmente, enseña un método que cualquiera que tenga ingenio puede aprender en una hora.—Un tomo en 4.° Viena, 1645; en castellano. Roma, 1664.

De Perpendiculorum Inconstancia.—Alejandro Calignoso, noble del Delfinado, había publicado un estudio exornado con hermoso comentario por Pedro Gassendo, el cual estudio, sin embargo, nunca respondía a la experimentación, sino que se basaba en prejuicios derivados de las audaces aserciones de Descartes. Las plomadas siempre están en su línea. Un tomo en 12.°; Lovaina, 1643.

Mathesis Audax.—Decide las más graves y todas las dificultades que se disputan en la Lógica, en la Física y en la Teología, aritmética y geométricamente, por números y por líneas. Un tomo en 4.°; Lovaina, 1642.

Solis et Artis Adulteria.—Describe ingeniosamente, y en pocas palabras, los relojes. Un tomo en folio; Lovaina, 1644.

De novem Syderibus circa Iovem vifis.—Demuestra este tratado que, o las observaciones de Rheitae son ficticias o que estos nuevos planetas son verdaderos. Un tomo en 12.°; Lovaina, 1643.

Sublimium Ingeniorum Crux.—Mide la caída de los graves, consultando cuidadosamente la experiencia. Un tomo en 4.°; Lovaina, 1642.

Cœlestes Metamorphofes.—Transfigura las teóricas circulares de los planetas en otras formas. Un tomo en 8.°; Bruselas, 1639.

Curfus Mathematicus.—Comprende cuatro tomos. Tomo I: *Mathesis Vetus, novis operationum compendiis et demonftrationibus dilucidata*. Expone la Aritmética, el Álgebra de la proporcionalidad abstracta, cuestiones enaritméticas *(enarithmicas)*, Geometría, Geodesia, Geografía, Centroscopia, Orometría, Hidrografía, Histiodrómica, Hipotalática, Néctica, Náutica terrestre, Potamografía, Hidráulica, Aerografia, Anemometría, Ptética, Náutica etérea, Sciografía, etc., exornadas con diversas especulaciones. Tomo II: *Mathefis Nova, Veterum Inventis confirmata*. Explica: la Logarítmica, Combinatoria, Aleatoria, Trigonometría, Diabética *(Diabeticam)*, Mecánica, Pedársica, Estática, etc. Añádese un *Interim Aftronomicum* que deduce todos los planetas, primero por líneas circulares, luego por oscilatorias, finalmente por líneas rectas. Tomo III: *Mathefis Architectonica*. Expone muchas artes prácticas, pero principalmente la Arquitectura civil (recta y oblicua), Columnaria, Bélica y Arte militar para el alistamiento de tropas de a pie y a caballo, e instruirlas, dirigirlas, formarlas en batalla y acometer al enemigo o rechazar al invasor. Añádese la Horografía, que fabrica los autómatas y delinea o traza los relojes solares; y además la Música, en la cual el especulativo y el práctico hallarán curiosos laberintos. Tomo IV: *Mathesis Aftronomica in Phyficæ Tribunali damnata*. Prepara muchos aparatos o instrumentos, y éstos segurísimos, para observar los astros. Trata del sistema del mundo. Demuestra que la tierra está quieta; sin embargo, demuestra que Dios Omnipotente puede hacer en esta noche que la Luna, o Mercurio, o Venus, o el Sol, o Marte, o Júpiter, o Saturno, o cualquiera de las estrellas fijas descanse en el centro del mundo, sin que mañana pueda llegar un astrónomo que perciba que Dios mudó algo. Después dirige una mirada a cada uno de los planetas y declara lo que desde allí se podrá ver. Discute los principios de Tycho; examina las cuestiones presentes o actuales; y, finalmente, desesperado de llegar a conocer las teóricas de los planetas por medio de la Matemática, recurre a las causas físicas. Añádese la *Uranometría*, que mide los radios de los astros y las distancias de los planetas a la tierra por la luz y la sombra, y rechaza, después de examinarlos, los procedimientos de los antiguos.

Esta última obra apareció primeramente en tres tomos en folio, en Campania y Sant-Angelo, en 1667 y 1668, y después, en cuatro en 4.° De estos cuatro tomos, dos fueron impresos en Campania y salieron a luz en 1670, con el título de *Mathesis Biceps: Vetus et Nova*. El tercer tomo del *Cursus Mathematicus* se tradujo al castellano y se publicó, aumentado, en Vigeven, 1678, con el título: *Arquitectura civil, recta y oblicua*. Respecto a esta última dice Caramuel: *Arquitectura oblicua*, *de la cual nadie ha escrito hasta hoy. Es arte sumamente necesaria para conocer los errores a cada paso cometidos por los modernos.*

De los dos primeros tomos del *Cursus Mathematicus*, que, como acabamos de decir, reaparecieron en 1670 bajo el singular título de *Mathesis Biceps: Vetus et Nova*, hacemos a continuación una reseña y breves comentarios.

Mathesis Biceps.

PRIMER TOMO

IOANNIS CARAMVELIS
|| MATHESIS || BICEPS. || VETVS, ET NOVA

I.	ARITHMETICA.	XXI.	LOGARITHMICA FLVENS.
II.	אלגברא ALGEBRA.	XXII.	LOGARITHMICA REFLVENS.
III.	GEOMETRIA GENERALIS.	XXIII.	COMBINATORIA.
IV.	COSMOGRAPHIA.	XXIV.	KYBEIA: DE LVDIS.
V.	GEODÆSIA.	XXV.	ARITHMOMANTICA.
VI.	GEOGRAPHIA.	XXVI.	TRIGONOM. GENERALIS.
VII.	CENTROSCOPIA.	XXVII.	TRIGONOM. RECURRENS.
VIII.	OROMETRIA.	XXVIII.	TRIGONOM. ASTRONOMICA.
IX.	HYDROGRAPHIA.	XXIX.	ÆTHEREVS RECTANGVLVS.
X.	HISTIODROMICA.	XXX.	ΔΙΑΒΗΤΗΣ. CIRCINVS.
XI.	HYPOTHALATICA.	XXXI.	ARCHITECTVRA MILITARIS.
XII.	NECTICA.	XXXII.	MVSICA.
XIII.	NAVTICA SVBLVNARIS.	XXXIII.	METALLARIA.
XIV.	NAVTICA ÆTHEREA.	XXXIV.	PEDARSICA.
XV.	POTAMOGRAPHIA.	XXXV.	STATICA.
XVI.	HYDRAVLICA.	XXXVI.	HYDROSTATICA.
XVII.	AEROGRAPHIA.	XXXVII.	METEOROLOGIA.
XVIII.	ANEMOMETRIA.	XXXVIII.	SPHOERICÆ.
XIX.	PTETICA.	XXXIX.	OSCILATORIÆ. Planetarum Hypotheses.
XX.	SCIOGRAPHIA.	XL.	RECTILINEÆ.

IN OMNIBVS, ET SINGVLIS || Veterum, et Recentiorum Placita examinantur; interdum corriguntur, ſemper dilucidantur: || et pleraque omnia. Mathemata reducuntur ſpeculativè et practicè ad facillimos, || et expeditiſſimos Canones. || ACCEDENT ALII TOMI, VIDELICET: || ARCHITECTVRA RECTA, ſymmetrias à Ve- || teribus traditas corrigens & exornans. || ARCHITECTVRA OBLIQVA, de quâ nemo || ſcripſit hucuſque. Est Ars sūme neceſſaria, ut er- || rores à Iunioribus paſsím admiſſi cognoſcatur. || ARCHITECTVRA MILITARIS, Canones || Artificum ingenio & captui, re- || ducensque ad exquiſitiſſimam facilitatem. || MVSICA, Vocalis & Organica, rejectis Gui- || donis Aretini Mutationibus per viam liberam || & expeditam Philomuſos conducens. || ASTRONOMIA PHYSICA, multos Tracta- || tus & Diſſertationes de motibus Astrorum || continens. || CAMPANIAE, || In Officinâ Epiſcopali Anno M.DC.LXX. SVPERIORVM PERMISSV. || Proſtant Lugduni apud Laurentium Aniſſon.

Un tomo en folio, encuadernado en pergamino, con la anteportada que reproducimos fotográficamente.

Caja de impresión: 26,6 × 16,3 cm., por término medio.

Pliegos de cuatro y de ocho páginas, en general.

Signatura. Comienza en la primera página de la sexta hoja y continúa en las primeras páginas de los pliegos sucesivos, en la siguiente forma:

*, *2, a, a2, ..., e, e2, e3, f, f2, ..., k, k2, l;
A, A2, B, B2, ..., D, E, E2, F, F2, F3, F4, F5, G, G2, ..., Z, Z2;
Aa, Aa2, ..., Zz, Zz2; Aaa, Aaa2, ..., Zzz, Zzz2; ...;
Aaaaaaa, Aaaaaaa2, Bbbbbbb, Bbbbbbb2, Ccccccc.

Todo este tomo está escrito en latín y a dos columnas.

Contiene, en total, 998 páginas distribuídas en la forma siguiente: una hoja en blanco; una hoja con la anteportada; una hoja con la portada en su primera página, y en la segunda el permiso de impresión, que dice: IMPRIMATVR. || F. Hyacinthus Libellus S. P. A. Mag.; dos hojas con la dedicatoria, que comienza así: EMINENTISSIMO, || ET EXCELLENTISSIMO PRINCIPI || DD. LVDOVICO || GVILIELMO DE MONCADA, || ARAGONIA, LVNA, ET CARDONA. || (siguen varias líneas que expresan los títulos nobiliarios, cargos, etc., del anterior personaje.) || IOANNES CARAMUEL S. P.; cuatro hojas, como las anteriores, sin numerar, que contienen la relación de las obras publicadas por el autor, una nota y tres breves artículos referentes a cuestiones astronómicas; 22 hojas numeradas de I a XL, de las que las cuatro ultimas llevan numerada solamente la primera de sus dos páginas, y que contienen el índice detallado por tratados artículos, etc., de las materias contenidas en toda la obra, una aclaración y una *notanda,* terminando con un epigrama y un soneto, este último en castellano, dedicado a *Caramuel* por D. Marcos Brauo; 51 hojas con LII láminas, que comprenden multitud de figuras, correspondientes al primero y segundo tomos de la obra; una hoja en blanco, y, por último, 415 hojas numeradas de XLI a LXXVIII y de 1 a 780, conteniendo texto y tablas numéricas, más una hoja, al final, en blanco.

En la página 780 se lee el siguiente *colofón:* CAMPANIAE, || SVPERIORVM PERMISSV || IN OFFICINA EPISCOPALI || Anno MDCLXVII.

Comprende este tomo cuatro grandes tratados *(Syntagmata):*

SYNTAGMA PRIMUM. ARITHMETICA, que divide en tres partes, precedidas de una consideración proemial *(Meditatio proemialis).* Dichas tres partes las denomina así: *Proarithmetica*, *Synarithmetica* y *Metarithmetica.* La *Meditatio proemialis* la desarrolla en quince artículos y tres notas. La *Proarithmetica* comprende varios capítulos que tratan de la definición, origen histórico, división y objeto de la Aritmética; del con-

MATHESIS BICEPS, VETUS ET NOVA

DE JUAN CARAMUEL

Anteportada del tomo I.

Portada del tomo II: *Mathesis nova*.

cepto y división de los números, cifras y signos de la Aritmética y de las numeraciones árabe y romana. La *Synarithmetica* estudia las operaciones fundamentales con los números enteros y fraccionarios. La *Metarithmetica* comprende las reglas de tres y de compañía, la extracción de las raíces cuadrada y cúbica por diversos procedimientos (aquí se inicia ya el concepto de logaritmo), los números perfectos è imperfectos y la escala o escalera de Pitágoras con diversas aplicaciones a las operaciones numéricas. A continuación se exponen otras tres partes, que el autor denomina *Calculatoria, Nummaria* y *Astrarithmica*. En la primera estudia brevemente el arte de calcular por medio de *contadores* o *numeradores* o *ábacos;* en la *Nummaria* se ocupa en las transformaciones y operaciones fundamentales con los números concretos de monedas o numerario, y en la *Astrarithmica* estudia las transformaciones y operaciones con los números que miden la amplitud gradual de los arcos y de los ángulos y el tiempo, y para facilitar estos cálculos incluye numerosas tablas, que explica y aclara con variados ejercicios.

SYNTAGMA SECUNDUM. ALGEBRA. *Trata de la abstracta proporcionalidad de los números abstractos.* Consta de un proemio en que estudia la regla de falsa posición, que considera como base del Álgebra, y unas nociones de Dialéctica, aplicadas a diversas cuestiones de Aritmética, Geometría, etc. Sigue después un detenido estudio del origen histórico y etimológico de la palabra Álgebra, del objeto de esta ciencia, de sus relaciones con la Aritmética, de la nomenclatura y signos algébricos, etcétera. Añade después una parte que titula *Regulæ Metarithmicæ,* en la que estudia el cálculo algébrico y hace breves consideraciones teóricas sobre las fracciones y las ecuaciones. A continuación propone y resuelve, en una parte que llama *Quæstiones Enarithmicæ,* multitud de problemas, terminando este *Syntagma* con otra parte llamada *Quæstiones secundariæ,* en la que expone interesantes cuestiones matemáticas.

SYNTAGMA TERTIUM. GEOMETRIA. Comienza con un prólogo que comprende seis artículos, en los que trata del concepto, objeto y divisiones de la Geometría; del origen histórico y etimológico de este vocablo; de la Geometria en la antigüedad; del estudio filosófico del espacio, del continuo, del vacío, etc. A continuación desarrolla la ciencia geométrica en ocho libros, a saber: Libro I: *De los fundamentos geométricos,* que abarca cinco postulados y ocho principios. Libro II: *De los puntos,* cuya doctrina expone en ocho lemas, dos objeciones y varias notas. Libro III: *De las líneas,* en el que estudia la recta, las paralelas, las perpendiculares, las rectas proporcionales, las líneas curvas (circunferencia, espiral, voluta, parábola, hipérbola, etc.). Libro IV: *De los ángulos,* que comprende las propiedades de los ángulos planos rectilíneos, curvilíneos y mixtos; del ángulo recto, etc. Libro v: *De las superficies,* en el que se estudian el círculo, el óvalo, la elipse, los triángulos, los polígonos en general, áreas de estas figuras, el teorema de Pitágoras, los polígonos estrellados, la igualdad y equivalencia de las figuras, e inscripción y circunscripción de polígonos en el círculo o en otros polígonos. Libro vi: *De los sólidos,* en que estudia la esfera, la pirámide, el prisma, el cilindro, el *dolio* (tonel), el cono, los poliedros regulares convexos, etc. Libro vii: *De la transformación de las figuras geométricas,* en que se estudian la construcción de cuadrados equivalentes a polígonos dados, o de polígonos cualesquiera equivalentes a otros polígonos dados, o la transformación de sólidos en otros equivalentes. Al clásico problema de la cuadratura del círculo dedica preferente atención, estudiándolo con toda la extensión que los conocimientos de aquellos tiempos permitían. Libro viii: *Del aumento y disminución de las figuras,* que trata de la suma y resta de segmentos rectilíneos, de la división de un segmento en partes iguales, etc.; de la polisección de un ángulo rectilíneo, particularmente de la bisección y trisección, y de la multiplicación de un ángulo por un número; de la división de la circunferencia en partes iguales; de la división de un círculo o de un polígono en partes equivalentes, o de la construcción de un círculo o polígono cuya área guarde con la de otro círculo o polígono dados una cierta relación; de la construcción de sólidos geométricos cuyo volumen esté con el de otros sólidos dados en una relación conocida (refiérese, casi exclusivamente, al cubo).

Syntagma quartum. *Geometría especial o Geodœsia,* que trata de la medida de la Tierra y que expone en nueve artículos.—*Geografía,* que estudia el aspecto exterior de la Tierra, sus zonas, climas, círculos, regiones, provincias, etc.—*Centroscopia,* que estudia la fuerza de la gravedad, su determinación por las oscilaciones del péndulo; investiga los centros de gravedad de los cuerpos, el centro de figura y de gravedad de la Tierra y lugar de ésta en el sistema planetario; y otras varias cuestiones que expone en trece epístolas, dirigidas a diferentes personajes.—*Orometría,* que mide la altura de los montes, determinando la de algunos más notables. Expone esta doctrina en doce artículos y cinco notas.—*Hidrografía,* «que mide y describe la superficie de los mares, y después, con más audacia, penetra en los abismos subterráneos y examina cómo los ríos desembocan en el mar para volver a correr». Comprende quince artículos y varias notas, tratando en algunos de aquéllos las mareas y otras cuestiones.—*Náutica* o arte de navegar. Expone en veintiún artículos y varias notas toda la materia concerniente a la ciencia de la navegación, proponiendo y resolviendo diversos problemas referentes a este asunto.—*Hypothalattica,* arte de navegar bajo el agua, que expone en tres artículos, en los que examina la posibilidad de la navegación submarina y hace muy curiosas consideraciones sobre esta materia.—*Néctica* o arte de nadar.—*Náutica térrea,* o arte de navegar sobre la tierra (carros con velas), curiosa materia que explana en cuatro notas.—*Potamographia,* que trata de los ríos naturales y artificiales, materia que expone en ocho artículos.—*Hydraulica,* que trata de las fuentes naturales y artificiales. Después de establecer doce postulados, expone en siete artículos, dos epístolas y varias notas, diversas cuestiones relativas a la mecánica de los líquidos, y estudia diferentes aparatos.—*Aerographia,* que mide y pesa el aire. En cinco artículos estudia las principales propiedades del aire; describe varios instrumentos para medir su temperatura, estado higrométrico, etc., y determina su peso.—*Anemometría,* que trata del número y variedad de los vientos, en cinco artículos.—*Pfetica,* o arte de volar, curioso artículo en el que *Caramuel,* antes quizá que ningún otro español, trata del gran problema de la aviación, examinando la posibilidad de que el hombre vuele (*).—*Nautica œtherea,* o arte de navegar sobre el aire, materia que examina en diez notas, tratando en ellas de la navegación aérea, de la navegación de los astros en el éter o espacio intersideral o interplanetario, y de la posibilidad de la comunicación de la Tierra con los demás planetas.—*Sciographia,* estudio de la sombra, principalmente de la solar, y su aplicación a la delineación o trazado de los relojes, o cuadrantes solares, que expone en varios números o capítulos y notas. Y termina este tomo I con una epístola dirigida a un ilustre personaje, D. Antonio del Yerro, a continuación de la cual expone, bajo el título de *Mathesis ferrea,* diferentes cuestiones aritméticas y geométricas, resueltas por medio del compás, a las que añade breves consideraciones sobre ciertas relaciones numéricas que dieron origen a los logaritmos, cuya explicación detallada y extensa emprende en el segundo tomo.

(*) El tratado de *Ars volandi,* de Caramuel, ha sido publicado en lengua española, por primera vez, por el doctísimo arqueólogo D. Eladio Oviedo Arce.

SEGUNDO TOMO

IOANNIS CARAMUELIS || MATHESIS || NOVA || Juniorum Inventa cum Veterum Fundamentis || conferens, vastis simamq Mathematum Ency- || clopediam ſpeculativè et practice ad ſummam || brevitatem et facilitatem reducens. || EIVS PRÆCIPVÆ PARTES SVNT, || Logarithmica, Combinatoria, Trigonometría, || ΔΙΑΒΗΤΗΣ, ſeu Geometricus Circinus, Architec- || tura Militaris, Musica, Metallaria, Statica, et || Meterologia. || Accedit INTERIM ASTRONOMICVM, Sphe- || ricas, Oscilatorias, et Rectilineas Hypotheses || Motuum Cœlestium exhibens. || ANNO DOMINI MDCLXX. || SVPERIORVM PERMISSV. || CAMPANIÆ, in Officinâ Episcopali. apud Sebaſtianum Aleccia || Proſtant Lugduni apud Laurentium Anisson.

En esta misma página. y en su parte superior, figuran dos gallardetes, uno a cada lado, con las siguientes frases: *Solemq ſuum* || *sua Sydera* || *norunt. Virg.* (en el gallardete de la la izquierda), y *Et forma tri-* || *corporis* || *umbra*. Virg. (en el gallardete de la derecha). Además, toda la página citada está exornada con un grabado alegórico que reproduce la adjunta copia fotográfica, que hemos obtenido para evitarnos entrar en descripciones seguramente menos claras.

Un tomo en folio, encuadernado en pergamino.

Caja de impresión: 26,6 × 16,3 cm. por término medio.

Pliegos de ocho páginas, y algunos de doce.

Signatura. Comienza en la primera página de la cuarta hoja y continúa en las dos primeras páginas de cada pliego, en la siguiente forma:

A, A2, B, B2, ..., Z, Z2; Aa, Aa2, Bb, Bb2, ..., Zz, Zz2; Aaa, Aaa2, Bbb, Bbb2, ..., Zzz, Zzz2; Aaaa, Aaaa2, Bbbb, Bbbb2, ..., Zzzz, Zzzz2; Aaaaa, Aaaaa2, Bbbbb, Bbbbb2, ..., Zzzzz, Zzzzz2; Aaaaaa, Aaaaaa2, Bbbbbb, Bbbbbb2, Cccccc, Cccccc2, a, a2, ..., e, e2, e3.

Todo el tomo está escrito en latín y a dos columnas.

Contiene, en total, 984 páginas, distribuídas en la forma siguiente: 1 hoja en blanco, 1 hoja con la portada, 1 hoja con la dedicatoria que dice así: *Excellentissimo* || *et Reverendissimo D.* || *D. Didaco* || *Sarmiento* || *Valladares* || *Episcopo Plasentino*, &c. || *Ex Castellæ Præside* || *Inqvisitori Generali.* || D. C. || IOANNES CARAMUEL.; 1 hoja, como las anteriores, sin numerar, conteniendo el título del primer tratado *(syntagma qvintum)* de este tomo; 929 páginas, con texto, numeradas desde 783 hasta 1.711; la siguiente página en blanco; 44 páginas, sin numerar, que contienen, las tres primeras y parte de la cuarta, el índice de las tablas *(Index tabvlarum)* de los dos tomos, y las restantes, el índice, por orden alfabético, de las materias de toda la obra *(Index Rerum);* terminando con una hoja en blanco. En la página 1.711 se lee el siguiente *colofón:* CAMPANIAE, || SVPERIORVM PERMISSV. || IN OFFICINA EPISCOPALI. || Anno Domini M.DC.LXIX.

Abarca este tomo cinco grandes tratados, a saber:

SYNTAGMA QUINTUM. LOGARITHMICA, DE NUMERIS ET LINEIS, RATIONALIBUS SEU ARTIFICIALIBUS. *Est stientia Nova; Arithmeticam cum Geometriâ conjungens; à Nepero sub annum MDCXV. inventa, promota à Briggio: et tandem à nobis, ut putamus, perfecta.*—Comprende este *Syntagma* un proemio y seis artículos, además de varias tablas que después describiremos.

SYNTAGMA SEXTVM. COMBINATORIA, KYBEIA ARITHMOMANTICA. La *Combinatoria* comprende un proemio y ocho artículos. La *Kybeia* abarca cuatro artículos. La *Arithmomantica* comprende cuatro cuestiones con un total de veinte artículos.

SYNTAGMA SEPTIMUM. TRIGONOMETRIA GENERALIS. Comprende un proemio seguido de tres artículos y de una parte titulada *Trias Trigonometrica;* de otras tres partes que se titulan *Trigonometria Refluens,* con dos artículos; *Trigonometria Astronomica,* con cinco artículos, y *Rectangulus Æthereus,* con cuatro artículos y una epístola.

SYNTAGMA OCTAVUM. ΔΙΑΒΗΤΗΣ *(Diabetes), hoc est,* CIRCINVS MATHEMATICVS, abarca diez y seis artículos.

SYNTAGMA NONUM. MECHANICA, cujus partes sunt duæ: PEDARSICA et STATICA. La *Pedarsica,* que abarca seis artículos, y la *Statica,* cinco. A continuación se exponen otras dos partes de la *Statica: Hydrostatica,* con cinco artículos, y *Meteorologia,* con doce artículos.

SYNTAGMA DECIMUM. INTERIM ASTRONOMICUM. Comprende un proemio y tres artículos, seguidos de tres partes: *Astronomia Sphœrica,* con un proemio y diez artículos; *Astronomia Oscillatoria,* con una introducción y seis artículos; *Astronomia Rectilinea,* con un proemio y ocho artículos, seguidos de otra parte titulada *Satellites,* que abarca cinco discursos o lecciones *(acroasis)* y trece epístolas. Termina este *Syntagma* con un *Apéndice (appendix),* que comprende tres tratados, a saber: Tractatus I. *De Tabularum Constructione,* con cuatro artículos. Tractatus II. *De Ephemeridum Conformatione,* con una introducción y tres artículos; y Tractatus III. *De Eclipsibus,* con una introducción, tres discursos o lecciones y una epístola.

* * *

Toda la materia que se expone en las *Syntagmas* o grandes tratados de ambos tomos está subdividida, como hemos dicho, en artículos y éstos en números que, a su vez, se descomponen en párrafos. Comprende, además, la obra multitud de tablas, notas, proposiciones, problemas, etc.

Esta obra, como otras muchas de *Caramuel*, está editada con verdadero primor artístico y tipográfico, si tenemos en cuenta el estado de desarrollo del Arte de imprimir en aquellos tiempos. Así puede juzgarse por la profusión de artísticas viñetas que contiene, orlas que circundan las tablas, grabados que se estampan en el comienzo de ambos tomos y al final de casi todos los tratados; letras floridas, ornamentales o historiadas con que se inician los artículos, etc.

A pesar de que esta obra resulta hoy muy deficiente, pues refleja, en parte, el estado de la ciencia matemática en el siglo XVII, con todo, su lectura es interesante por la forma de tratar los asuntos, por la erudición filosófica, histórica y filológica con que *Caramuel* estudia la mayor parte de las cuestiones, y por los datos que suministra para el debido conocimiento de algunos períodos históricos de la Matemática en Europa. Creemos que quien consiga vencer las dificultades que presenta su lectura, pues como hemos dicho, toda la obra está escrita en latín de no fácil traducción, podrá seguramente adquirir preciosos datos relacionados con la filosofía y la historia de las Matemáticas y con el valor etimológico de muchos de los vocablos en ellas usados. Lástima es que los ejemplares de *Mathesis Biceps* no abunden, pues tenemos entendido que son pocas las bibliotecas de España donde se los encuentra.

EL TRATADO DE LA LOGARÍTMICA

La lectura del primer tratado del tomo segundo *(Syntagma quintum* de *Mathesis Biceps)* nos produjo agradable sorpresa, pues creemos haber encontrado en él cosas dignas de ser divulgadas, por estimarlas importantes para la historia de la invención de los logaritmos, en general, y de la de su desarrollo en nuestra patria, en particular. Hizo fijar nuestra atención en el referido tratado, la siguiente frase que *Caramuel* añade al título de la *Syntagma V*, y que ya más arriba hemos consignado: «Es ciencia nueva (la Logarítmica) que une la Aritmética con la Geometría; fué inventada por Neper en el año 1615, adelantada por Briggio y, finalmente, creemos, *perfeccionada por nosotros*».

Esta manifestación nos movió a prestar preferente atención a este tratado, del que hacemos, en lo que sigue, una breve reseña, para estudiar después con algún detenimiento un sistema de logaritmos ideado por *Juan Caramuel*.

Comprende dicho tratado desde la página 783 hasta la 920. Comienza con un proemio en el que trata de la *Tabla de senos, tangentes y secantes* y de los medios de construirla.

Trae a continuación un artículo que trata de la «Invención, variedad, facilidad y perfección de los logaritmos». En él hace una reseña histórica de la invención de los logaritmos, aludiéndose ya en ésta y en el proemio anterior a Justo Briggio, a quien consideran algunos como antecesor a Neper en dicha invención.

En el artículo segundo estudia los logaritmos en general, expone el procedimiento cinemático por el cual Neper llegó a su conocimiento, y explica en diversos discursos o lecciones la aplicación de los logaritmos a la rápida obtención de productos, cocientes, raices, etc. En este mismo artículo y en sucesivos *acroasis* (discursos) estudia ligeramente los diversos sistemas de logaritmos que él llama *Fluentes Logarithmi, Profluentes Logarithmi* y *Logarithmi Refluentes.*

En el artículo tercero se ocupa en el estudio de los logaritmos profluentes (vulgares o decimales) en particular; expone una tabla de senos, tangentes y secantes de los arcos de 0° a 90°, variando de grado en grado, y de sus logaritmos correspondientes, proponiendo y resolviendo, a continuación, diversos ejercicios concernientes al uso de dicha tabla, terminando con las *Chilias* o tabla de los logaritmos de Briggs, con siete cifras decimales, de los mil primeros números.

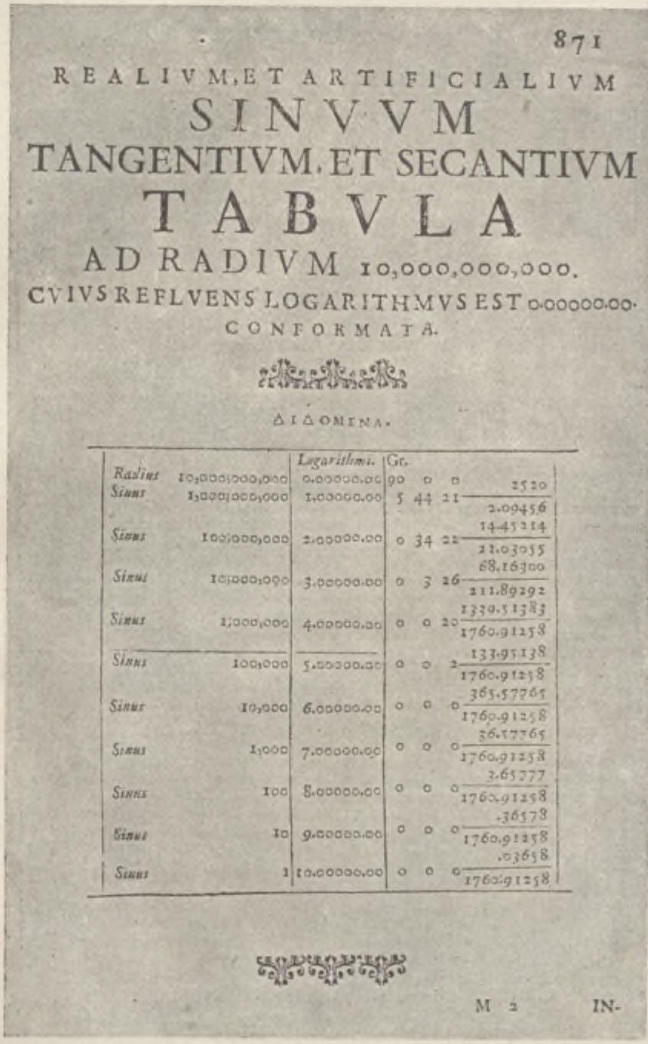
En el artículo cuarto estudia los logaritmos refluentes (neperianos), inserta una tabla de los logaritmos de los senos, tangentes y secantes de los arcos, de grado en grado, correspondientes al primer cuadrante, explicando su uso con variados ejercicios, y termina exponiendo las *Chilias* o tablas de los logaritmos recurrentes o refluentes, según el concepto de Neper y Kepler, de los números desde 1 hasta 100.000, variando dichos números por unidades de 1 a 10, por decenas de 10 a 100 y por centenas de 100 en adelante.

En el artículo quinto trata de los logaritmos ideados por el autor, a los que llama *perfectos* o de *Caramuel*, y después de explicar su naturaleza y de hacer patente con algunas consideraciones y diversos ejemplos numéricos sus ventajas sobre los de Neper y de Briggs, expone una tabla de los logaritmos perfectos del seno, tangente y secante de los arcos de 0° a 90°, variando de quince en quince minutos. A continuación, y precedidas de breves explicaciones, expone las *Chilias* de los *logaritmos perfectos* o tablas de dichos logaritmos de los números del primer millar de enteros, calculados con nueve cifras decimales y con sus correspondientes características y diferencias logarítmicas.

En el artículo sexto estudia los que llama *logaritmos enharmónicos*, que hacen referencia a la teoría enharmónica de la música; y después de explicar la naturaleza de aquéllos y de dar a conocer esta materia, expone las *Chilias de los logaritmos musicales*, partiendo de que el logaritmo de la cuerda total o máxima que se supone dividida en 1.024 partes iguales, es 0; que el logaritmo de la mitad de dicha cuerda o de 512 es 1, y que los números que miden las longitudes de la repetida cuerda y que han de producir los diferentes sonidos, decrecen por centésimas partes. Completa esta materia con breves consideraciones, explicando las tablas aludidas con adecuados ejemplos numéricos.

Termina este tratado o *Syntagma V* con la *Tabla de los senos, tangentes y secantes reales y artificiales, suponiendo que el radio valga 10.000.000.000 cuyo logaritmo refluente o perfecto es 0.* Esta tabla, que ocupa 45 páginas en folio del tomo II de la obra que nos ocupa, además de cuatro páginas de texto explicativo, presenta en cada página dos clases de cuadros: el superior, en el que se exponen los valores absolutos del seno, tangente y secante de todos los arcos del cuadrante cuyo radio se supone igual a 10^{10}, variando de diez en diez minutos; el inferior, en el que aparecen los logaritmos *perfectos* o *Caramuelianos* de los senos, tangentes y secantes de todos los arcos del cuadrante, variando de

LOGARITHMICA, DE NUMERIS ET LINEIS
Syntagma quintum del tomo II de la obra MATHESIS BICEPS
DE JUAN CARAMUEL



REALIVM, ET ARTIFICIALIVM
SINVVM
TANGENTIVM, ET SECANTIVM
TABVLA
AD RADIVM 10,000,000,000.
CVIVS REFLVENS LOGARITHMVS EST 0.00000.00.
CONFORMATA.

ΔΙΔΟΜΕΝΑ.

		Logarithmi.	Gr.			
Radius	10,000,000,000	0.00000.00	90	0	0	
Sinus	1,000,000,000	1.00000.00	5	44	21	2520 / 2.09456
Sinus	100,000,000	2.00000.00	0	34	22	14.45214 / 21.03055
Sinus	10,000,000	3.00000.00	0	3	26	68.16300 / 211.89292
Sinus	1,000,000	4.00000.00	0	0	20	1339.51383 / 1760.91258
Sinus	100,000	5.00000.00	0	0	2	133.95138 / 1760.91258
Sinus	10,000	6.00000.00	0	0	0	365.57765 / 1760.91258
Sinus	1,000	7.00000.00	0	0	0	36.57765 / 1760.91258
Sinus	100	8.00000.00	0	0	0	3.65777 / 1760.91258
Sinus	10	9.00000.00	0	0	0	.36578 / 1760.91258
Sinus	1	10.00000.00	0	0	0	.03658 / 1760.91258

Portada de la *Tabla de los cosenos, tangentes y secantes reales y artificiales.*

Ediſſerens numeros Artificiales. 915

NVMERI NATVRALES. Sinus Totus eſt 10,000,000,000. *Decies mille millionum.*

42 Grad. 42 Grad.

Min.	Sinus.	Tangentes.	Secantes.	Sinus.	Tangentes.	Secantes.	Min.
0	6,691,305,	9,004,041,	13,456,247,	7,432,448,	11,106,125,	14,944,761,	60
Diff.	21,383,	53,610,	35,794,	19,405,	64,760,	48,062,	Diff.
10	6,712,881,	9,056,851,	13,491,744,	7,414,953,	11,041,365,	14,896,705,	50
Diff.	21,332,	53,090,	35,686,	19,552,	64,345,	47,830,	Diff.
20	6,734,427,	9,109,941,	13,527,417,	7,395,394,	10,977,020,	14,849,073,	40
Diff.	21,571,	53,173,	36,000,	19,621,	63,934,	47,601,	Diff.
30	6,755,902,	9,163,112,	13,563,417,	7,375,773,	10,913,085,	14,801,472,	30
Diff.	21,418,	53,616,	36,308,	19,683,	63,531,	46,777,	Diff.
40	6,777,310,	9,216,968,	13,599,725,	7,356,090,	10,849,514,	14,755,091,	20
Diff.	21,361,	53,946,	36,418,	19,745,	63,451,	46,350,	Diff.
50	6,798,681,	9,270,914,	13,636,143,	7,336,345,	10,786,018,	14,708,736,	10
Diff.	21,305,	54,237,	36,932,	19,808,	62,736,	43,944,	Diff.
60	6,819,986,	9,325,151,	13,673,075,	7,316,537,	10,723,687,	14,662,791,	0

Grad. 47

NVMERI RATIONALES. Sinus Totus eſt 0.00000.00. *Nihil.*

42 Grad. 42 Grad.

M.	Sinus +	Tangent. +	Secantes —	M.	M.	Sinus +	Tangent. +	Secantes —	M.
0	0.17448.91	0.04556.26	0.12892.65	60	30	0.17031.67	0.03794.75	0.13236.91	30
1	0.17434.88	0.04530.85	0.12904.03	59	31	0.17017.88	0.03769.39	0.13248.49	29
2	0.17420.87	0.04505.45	0.12915.42	58	32	0.17004.11	0.03744.03	0.13260.08	28
3	0.17406.86	0.04480.05	0.12926.81	57	33	0.16990.34	0.03718.67	0.13271.67	27
4	0.17392.85	0.04454.65	0.12938.21	56	34	0.16976.58	0.03693.31	0.13283.27	26
5	0.17378.86	0.04429.25	0.12949.61	55	35	0.16962.83	0.03667.96	0.13294.88	25
6	0.17364.88	0.04403.85	0.12961.02	54	36	0.16949.09	0.03642.60	0.13306.49	24
7	0.17350.90	0.04378.46	0.12972.44	53	37	0.16935.36	0.03617.25	0.13318.11	23
8	0.17336.93	0.04353.06	0.12983.87	52	38	0.16921.63	0.03591.89	0.13329.74	22
9	0.17322.97	0.04327.67	0.12995.30	51	39	0.16907.91	0.03566.54	0.13341.37	21
10	0.17309.02	0.04302.28	0.13006.74	50	40	0.16894.20	0.03541.19	0.13353.01	20
11	0.17295.07	0.04276.89	0.13018.18	49	41	0.16880.50	0.03515.84	0.13364.66	19
12	0.17281.13	0.04251.50	0.13029.63	48	42	0.16866.80	0.03490.49	0.13376.31	18
13	0.17267.21	0.04226.11	0.13041.09	47	43	0.16853.12	0.03465.14	0.13387.97	17
14	0.17253.29	0.04200.73	0.13052.56	46	44	0.16839.44	0.03439.80	0.13399.64	16
15	0.17239.37	0.04175.35	0.13064.03	45	45	0.16825.77	0.03414.45	0.13411.32	15
16	0.17225.47	0.04149.96	0.13075.51	44	46	0.16812.11	0.03389.11	0.13423.00	14
17	0.17211.57	0.04124.58	0.13086.99	43	47	0.16798.45	0.03363.77	0.13434.69	13
18	0.17197.69	0.04099.20	0.13098.48	42	48	0.16784.81	0.03338.43	0.13446.38	12
19	0.17183.81	0.04073.82	0.13109.98	41	49	0.16771.17	0.03313.08	0.13458.08	11
20	0.17169.94	0.04048.45	0.13121.49	40	50	0.16757.54	0.03287.75	0.13469.79	10
21	0.17156.07	0.04023.07	0.13133.00	39	51	0.16743.91	0.03262.41	0.13481.51	9
22	0.17142.22	0.03997.70	0.13144.52	38	52	0.16730.30	0.03237.07	0.13493.23	8
23	0.17128.37	0.03972.33	0.13156.04	37	53	0.16716.69	0.03211.73	0.13504.96	7
24	0.17114.53	0.03946.95	0.13167.58	36	54	0.16703.09	0.03186.40	0.13516.69	6
25	0.17100.7[illegible]	0.03921.58	0.13179.12	35	55	0.16689.50	0.03161.07	0.13528.44	5
26	0.17086.8[illegible]	0.03896.22	0.13190.66	34	56	0.16675.92	0.03135.73	0.13540.19	4
27	0.17073.06	0.03870.85	0.13202.21	33	57	0.16662.34	0.03110.40	0.13551.94	3
28	0.17059.25	0.03845.48	0.13213.77	32	58	0.16648.78	0.03085.07	0.13563.71	2
29	0.17045.46	0.03820.12	0.13225.34	31	59	0.16635.22	0.03059.74	0.13575.48	1
30	0.17031.67	0.03794.75	0.13236.91	30	60	0.16621.67	0.03034.41	0.13587.25	0
	Secantes —	Tangent. —	Sinus +	M.	M.	Secantes —	Tangent. —	Sinus +	M.

Grad. 47 ‖ S 2 Grad. 47

Una página de las Tablas de Caramuel.

minuto en minuto. Las adjuntas fotografías muestran, la primera, la portada de dicha tabla, y la segunda, la disposición de las dos series de cuadros que la componen (*).

(*) Hemos de hacer notar que las diversas tablas logarítmicas de diferentes sistemas que aparecen en la obra de *Juan Caramuel* que queda reseñada, y entre ellas las dos originales del autor, una con los logaritmos de los números, y la otra, logarítmico-trigonométrica, se publicaron con anterioridad al año 1672. Y si bien estas tablas no fueron impresas en España, con todo, representan la labor científica de un compatriota nuestro que las ha dado a conocer en nuestra patria y fuera de ella en fecha precedente a la que tienen las tablas logarítmicas del P. José Zaragoza, que hasta ahora se consideraban como las más antiguas españolas.

Brindamos este dato a nuestro distinguido compañero el doctísimo matemático D. Luis Octavio de Toledo, que en un trabajo suyo, publicado en el número de la *Revista de la Sociedad Matemática Española* correspondiente a marzo de 1915, solicitaba de los lectores noticias concernientes a este extremo.

LOS LOGARITMOS «PERFECTOS» O DE «CARAMUEL»

Sabido es que en el sistema de logaritmos de Neper, a mayor número corresponde menor logaritmo, y que en el de Briggs, mas tarde adoptado por Vlacq, a número mayor corresponde también logaritmo mayor. Además, en el primer sistema no se conocen *a priori*, o sin previo examen, las características de los logaritmos, mientras que éstas se determinan rápida y fácilmente en los logaritmos decimales. Como, por otra parte, el radio del círculo trigonométrico se supone dividido en el Canon de Neper en 100.000 partes iguales, número cuyo logaritmo neperiano es 0, y en el de Briggs en 10^{10}, cuyo logaritmo vulgar es 10, ciertos cálculos logarítmico-trigonométricos se hacen en el último sistema más laboriosos que en el neperiano.

Queriendo *Caramuel* evitar la frecuencia de características negativas y facilitar, además, los cálculos en general, y los astronómicos, en particular, pretendió aunar las ventajas que presentaban ambos sistemas de logaritmos y eliminar a la vez sus inconvenientes o *imperfecciones,* para lo cual ideó un nuevo sistema, cuya naturaleza y diferencias con los otros hace resaltar en el siguiente cuadro:

Numeri naturales.	Logarithmi Vlacquii.	Logarithmi Neperi et Kepleri.	Logarithmi Caramuelis.
1	0	2302,58520	10
10	1	2072,32668	9
100	2	1842,06816	8
1.000	3	1611,80964	7
10.000	4	1381,55112	6
100.000	5	1151,29260	5
1.000.000	6	921,03408	4
10.000.000	7	690,77556	3
100.000.000	8	460,51704	2
1.000.000.000	9	230,25852	1
10.000.000.000	10	000,00000	0

De su examen se deduce que las progresiones geométrica y aritmética que definen el sistema de logaritmos llamados de *Caramuel,* son:

$$\because\!\because \cdots : 10^{-2} : 10^{-1} : 1 : 10 : 10^2 : 10^3 : \cdots : 10^9 : 10^{10} : \cdots$$

$$\div \cdots \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cdots \cdot 1 \cdot 0 \cdot \cdots$$

De ellas se obtienen las siguientes consecuencias:

1.ª La base del sistema de logaritmos *caramuelianos* es 10^9.

2.ª El logaritmo de 1 es 10, y el de 10^{10} es 0.

3.ª Observando que los exponentes de 10 en los términos de la progresión geométrica anterior son los logaritmos decimales, vulgares o de Briggs de dichos términos, y que la suma de cada uno de los mencionados exponentes y del correspondiente término de la progresión por diferencia es constante e igual a 10, resulta que *los logaritmos de Caramuel son los complementos a 10 de los repetidos logaritmos de Briggs*, es decir:

$$\log_{10} N + \log_C N = 10.$$

De esta observación se puede deducir nuevamente el valor de la base del sistema de *logaritmos de Caramuel*, pues bastará establecer las siguientes igualdades, fáciles de comprender:

$$\log_{10} N + \log_C N = 10,$$

y substituyendo N por C (N es un número positivo y real cualquiera, y C la base del sistema que nos ocupa), resulta:

$$\log_{10} C + \log_C C = 10,$$

o bien, puesto que el logaritmo de la base en todo sistema de logaritmos es 1, es decir, $\log_C C = 1$, se obtiene:

$$\log_{10} C + 1 = 10 \quad \text{o} \quad \log_{10} C = 9;$$

y, según la definición euleriana de los logaritmos vulgares, resulta:

$$C = 10^9,$$

es decir, que la base C de los logaritmos *caramuelianos* es

$$10^9 = 1.000.000.000.$$

4.ª Preparando las progresiones anteriores en la forma que sigue, y que se entenderá fácilmente, se obtiene otra definición de los logaritmos de *Caramuel:*

$$\left.\begin{array}{l} \because\!\!\because \cdots 10^{10-(10+2)} : 10^{10-(10+1)} : 10^{10-10} : 10^{10-9} : 10^{10-8} : \cdots \\ \cdots : 10^{10-3} : 10^{10-2} : 10^{10-1} : 10^{10-0} : 10^{10-(-1)} : 10^{10-(-2)} : \cdots \end{array}\right\}$$

$$\div \cdots 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot -1 \cdot -2 \cdot \cdots$$

El logaritmo caramueliano de un número dado es el complemento a 10 del exponente a que hay que elevar 10 para que la potencia correspondiente sea igual al número propuesto.

5.ª De lo que precede se deduce:

$\log_C 10^{\infty} = \log_C 10^{10-(10-\infty)} = 10 - \infty = -\infty$, o bien: $\log_C \infty = -\infty$

$\log_C 10^{-\infty} = \log_C 10^{10-(10+\infty)} = 10 + \infty = \infty$, o bien: $\log_C 0 = \infty$.

Si $a > b$, $\log_C \cdot a < \log_C \cdot b$.

6.ª Del sencillo cálculo siguiente se deduce que para determinar la característica o parte entera del *logaritmo caramueliano* de un número entero o decimal mayor que la unidad, se restan de 10 tantas unidades positivas como cifras enteras tiene dicho número; la diferencia obtenida, positiva o negativa, será la característica de su logaritmo.

En efecto, designando por N un número que tenga n cifras enteras, se tendrán las limitaciones

$$10^{n-1} \gtreqless N < 10^n;$$

o lo que es lo mismo:

$$10^{10-(10-n+1)} \gtreqless N < 10^{10-(10-n)};$$

y tomando *logaritmos caramuelianos* de los miembros de la segunda limitación:

$$10 - n + 1 \gtreqless \log_C \cdot N > 10 - n,$$

expresión que nos indica que $\log_C \cdot N = 10 - n, \ldots$

De un modo análogo se deduce que la característica o parte entera del *logaritmo caramueliano* de un número decimal menor que la unidad, se compone de tantas unidades positivas como expresa la suma de 10 con el número de ceros que contiene el propuesto, colocados a la izquierda de su primera cifra significativa de la izquierda, sin contar el cero que ocupa el lugar de las unidades enteras.

En efecto, si N representa un número decimal tal que su primera cifra significativa de la izquierda expresa unidades del orden *enésimo* decimal, se podrán establecer las siguientes limitaciones:

$$10^{-(n-1)} > N > 10^{-n},$$

o bien:

$$10^{10-(10+n-1)} > N > 10^{10-(10+n)},$$

y tomando *logaritmos caramuelianos* de los miembros de la segunda limitación, resultará:

$$10 + n - 1 < \log_C \cdot N < 10 + n,$$

de donde deducimos que $\log_C \cdot N = 10 + n - 1, \ldots$

Otras muchas propiedades pueden deducirse de las precedentemente consideradas. Mas las expuestas bastan para poder formarse una idea clara de la naturaleza de los *logaritmos de Caramuel*, que no son, en rigor, otra cosa que *cologaritmos* de los decimales o de Briggs. Su autor los denomina *perfectos*, nombre que, juntamente con su introducción en el cálculo con preferencia a los de los sistemas de Neper y de Briggs, pretende justificar con las siguientes razones:

«La perfección —dice— es de dos maneras: absoluta y relativa, y en los logaritmos la perfección absoluta consiste en la misma entidad de los números; la relativa en las aplicaciones a los Cánones de senos, tangentes y secantes, y en la facilidad en la resolución de los triángulos: aquélla la poseen los logaritmos en sí mismos; ésta en relación a nosotros. Ahora bien: los logaritmos de Vlacq son perfectos en sí..., y en esto claudican los de Neper...» Prueba esta afirmación observando que en los primeros se conoce de antemano su característica con sólo contar el número de cifras enteras del número propuesto, e inversamente, se deduce inmediatamente el número de cifras enteras de un antilogaritmo conociendo la característica de un logaritmo: mientras que en los logaritmos neperianos este conocimiento no se puede alcanzar sin previo examen. «En la práctica —añade— la tabla de Neper es más fácil que la de Vlacq; porque como el seno total ocurre frecuentísimamente (y puede ocurrir siempre por la prostaferesis trigonométrica), Vlacq se ve obligado unas veces a añadir logaritmos al logaritmo 10, y otras a restarlos del mismo logaritmo 10, inconveniente del cual nos libra el método de Neper, porque si se dice que el seno total (mejor, el logaritmo del seno total) es nada, añadir tanto a la nada o nada a tanto, o también. quitar nada de tanto, no varía el cálculo; y quitar tanto de nada muda solamente la especie del número, convirtiendo el positivo en negativo...» Y a continuación, y para mayor aclaración de esto, pone un ejemplo que resuelve sucesivamente en los tres sistemas de logaritmos en cuestión, y que nosotros exponemos abreviadamente en la siguiente forma:

Cálculo del log sec 10°, conocido el log sen 80°.

$$\frac{\text{sen } 80^\circ}{\text{radio}} = \frac{\text{radio}}{\text{sec } 10^\circ} \qquad \text{sec } 10^\circ = \frac{(\text{radio})^2}{\text{sen } 80^\circ}.$$

Por logaritmos de Vlacq.

$$\begin{aligned} \text{radio} &= 10^{10} \\ \log \sec 10^\circ &= 2 \,.\, \log 10^{10} - \log \text{sen } 80^\circ \\ 2 \log 10^{10} &= 2 \times 10 = \quad 20 \\ \log \text{sen } 80^\circ &= \quad 9{,}99335 \\ \hline \log \sec 10^\circ &= 20 - 9{,}99335 = 10{,}00665 \end{aligned}$$

Por logaritmos de Neper.

$$\begin{aligned} \text{radio} &= 10^{5} \\ \log \sec 10^\circ &= 2 \,.\, \log 10^{5} - \log \text{sen } 80^\circ \\ 2 \log 10^{5} &= 2 \times 0 = \quad 0 \\ \log \text{sen } 80^\circ &= \quad +1531 \\ \hline \log \sec 10^\circ &= \quad -1531 \end{aligned}$$

Por logaritmos de Caramuel.

$$\begin{aligned} \text{radio} &= 10^{10} \\ \log \sec 10^\circ &= 2 \,.\, \log 10^{10} - \log \text{sen } 80^\circ \\ 2 \log 10^{10} &= 2 \times 0 = \quad 0 \\ \log \text{sen } 80^\circ &= \quad 0{,}0066485 \\ \hline \log \sec 10^\circ &= \quad -0{,}0066485 \end{aligned}$$

Y, en vista de los cálculos que preceden, concluye *Caramuel*: «Luego estos nuestros logaritmos tienen la misma facilidad en las operaciones o en la práctica que los neperianos o kleperianos».

Aun cuando comprendemos que en la actualidad, y después de los inmensos progresos que se han realizado en la ciencia matemática y, en particular, en la *Logaritmotécnica,* no constituye el uso de los logaritmos de *Caramuel* una positiva ventaja que pueda anteponerse a las que proporciona el empleo de los decimales o de Briggs, con todo, su invención revela un entendimiento cultísimo, versado en las ciencias exactas, especialmente en la parte que atañe a los logaritmos, en aquella época aun en mantillas; y puede considerarse a su autor como precursor de los que más tarde introdujeron en la ciencia del cálculo los *cologaritmos* (*). Además, este hecho, el de la invención del sistema de *logaritmos perfectos* o *caramuelianos,* lo juzgamos de muchísima mayor importancia que los realizados por algunos otros matemáticos cuyos nombres figuran en la historia de la Ciencia, en atención a más pequeñas innovaciones hechas en ella, a pesar de lo cual el de nuestro insigne compatriota no aparece

(*) La facilidad con que se pasa de los logaritmos a los *cologaritmos* hacen superfluas, en la práctica, las tablas de estos últimos números. Sin embargo de esto, se han construído tablas especiales de cologaritmos, como las de *L. G. Gascó,* españolas; las de *V. M. Caillet,* francesas, y las de *Silas W. Holman,* inglesas, entre otras. Pues bien; anteriores a todas éstas resultan las *Tablas de logaritmos perfectos de los números naturales y de los trigonométricos de Caramuel,* y a pesar de ello no las hemos visto citadas en ninguno de los libros o catálogos, por nosotros consultados, que tratan extensamente de esta materia. Sólo nos resta saber, en este asunto, si dichas tablas logarítmicas de *Caramuel* aparecen citadas en la lista que *D. Bierens de Haan* publicó en 1875 en las Actas de la Academia de Amsterdam, en la que se hace referencia a más de 553 tablas.

citado, que sepamos, en ningún relato histórico de los logaritmos de los publicados hasta el día. Esperamos que se reparará esta notoria y quizá involuntaria injusticia; y aun cuando el único resultado de este modesto trabajo nuestro fuera el haber contribuído a esta reparación, nos habríamos dado por excesivamente recompensados.

Terminamos aquí nuestra labor sin haber tenido la intención de presentar a los lectores a un genio de la Matemática, a uno de esos grandes hombres que aparecen en los pueblos muy de tarde en tarde y con un destino providencial para cambiar por completo la faz de la ciencia o darle un trascendental impulso y una nueva y radical dirección. Sólo hemos tratado de presentar a *Juan Caramuel* como un trabajador eminente, como esclarecido español que fué en su tiempo útil para los progresos del saber humano, y a quien pueden aplicarse muy adecuadamente las siguientes palabras de Menéndez y Pelayo: «En ciencias de observación y experimento, como las naturales, o de cálculo, como las exactas, ¿no significan tanto como los descubridores de leyes y los forjadores de hipótesis, esas generaciones de observadores, analizadores y calculistas, que, día tras día, en constante lucha y noble cumplimiento de la ley del trabajo, han ido adquiriendo nuevos hechos y demostraciones no sospechadas? Las tareas de esos hombres, ¿no merecen un recuerdo en la historia de sus respectivas ciencias? ¿A qué recompensa pueden aspirar en el mundo, si no se les otorga ésta?».