Ferniz
De
Geometria

COMPENDIO
DE LA
GEOMETRIA
ELEMENTAR, ESPECULATIVA Y PRACTICA.

FORMA DE LEVANTAR, Y labar los planos, y modo de hacer las tintas para su manejo.

QUE DISPUSO

DON ANTONIO GABRIEL Fernandez, Colegial que fuè de este Real Seminario de San Telmo, para el uso de los Caballeros Guardias Marinas, siendo Maestro de su Real Academia.

EXTRAIDO DEL CONTENIDO de su Obra, para instruccion de los Seminaristas de este dicho Real Colegio.

POR ACUERDO

DE LOS SEÑORES MAYORDOMO, y Diputados de la Universidad de Mareantes, y mencionado Real Seminario.

En Sevilla: En la Oficina de D. Nicolás Vazquez, y Compañia. Año de 1778.

ADVERTENCIA.

QUE HACE DON FRANCISCO de Barreda, Capitular de la Universidad de Mareantes, Piloto principal examinado de la carrera de Indias, y Maestro primero por S. M. de las facultades Mathematicas, que en este Real Colegio, y Seminario de San Telmo se enseñan, &c.

LOS SEÑORES D. JUAN MANUEL de Vivero, Veinte y quatro del Ilustrisimo Cabildo, y Regimiento de esta M. N. y L. Ciudad de Sevilla, D. Martin Antonio de Olazaval, Director de la Real Compañia de S. Fernando de ella, Sindico Personero del Publico, y Don Jorge Leyrens, Diputados del referido Real Colegio, por sì, y en nombre de la Universidad de Mareantes, que se compone de los Dueños, Capitanes, Maestres, y Pilotos, que navegan la carrera de Indias, Administradora perpetua por S. M. de esta Real obra Pia, deseosos siempre de lograr los mayores progresos en los 150. Huerfanos, que en dicha Real obra Pia se crian para el servicio de S. M. en sus Reales Armadas, y Navios Marchantes de la carrera de las Indias; dispusieron en el nuevo plan de Estudios, que me mandaron formar este año de 1778. para su mayor fomento, se estudiase como principio esencial, y fundamental de las facultades de su ereccion, unos Elementos Geometricos, que en el modo mas facil, y compendioso, produxese en corto tiempo todo lo mas conducente, y necesario para conseguir los fines del

Ins-

Instituto de este Real Colegio, quales son, el de sacar Pilotos habiles, Artilleros, Contra-Maestres, y demás gente de Mar con abundancia: y prefiriendo yo los de *Euclides*, hice presente à dichos Señores Diputados, para confirmar mi dictamen, lo que sobre estos Elementos se expone al frente de la traducion de la obra, que poco hà saliò à luz del *Señor Roberto Simson*, Profesor de Mathematicas en la Universidad de Glasgow: donde hablando de los Elementos de *Euclides*, citando à *Wolfio* en sus comentaciones de los principales escriptores Mathematicos dice asi: *Los Elementos de Euclides, son una obra tan excelente entre quantas nos han quedado de la antiguedad, que su conservacion se debe atribuir á un especial beneficio de la Providencia.* Y mas adelante en las advertencias sobre la traducion se contiene lo siguiente: *Euclides es para los Mathematicos, lo que Hipocrates para los Medicos; Principe de la facultad, Maestro,*

mo-

modelo, y original de quantos le han sucedido, sus obras, en especial la de los Elementos siempre han sido apreciadas, estudiadas, y traducidas en todas lenguas, paises, naciones, y siglos; aun en el presente en que parece, que la nueva Geometria de Descartes, la invencion de la Algebra, y su aplicacion à la Geometrìa, con otros descubrimientos importantes, que han ido subcesibamente enriqueciendo, y perfeccionando estas ciencias, haciendo casi mudar de semblante à la misma geometrìa antigua, havian de diminuir el credito, y concepto de universal utilidad, que lograba esta obra, conserva aun entera su reputacion de la mas exâcta, y acabada en su linea; y por consiguiente de la mas propia para la enseñanza; siendo forzoso confesar que en qualquiera ciencia, el estudio de los autores originales, y primitivos es el mas à proposito para cimentarse bien en ella, y tal vez bien considerado, sino la unica senda, à lo menos la mas breve, segura, y recta para llegar à la perfeccion.

Esto

Esto que la experiencia acredita generalmente tiene aun mas lugar en la Geometrìa. El orden, y rigoroso methodo Sinthetico de demonstrar, que sigue Euclides, aunque à primera vista prolixo, y espinoso, es muy acomodado à la indole, y modo de proceder del entendimiento humano, y tiene las imponderables ventajas de rectificar el espiritu de los Jovenes, acostumbrados à discurrir con solidèz, y escrupulosa exâctitud, y fixar su atencion con la séria, y continua meditacion, que necesariamente pide la cadena de ideas, y proposiciones en que se funda; de modo, que no solo los hace geometras, sino que insensiblemente los và havituando à ser excelentes Logicos; Requisito mui necesario, asi para hacer progresos en las ciencias, singularmente en las exâctas, como para manejarse acertadamente en todos los negocios, y ocurrencias de la vida.

Estas razones convencen tanto, que parece no dexan libertad para elegir en la enseñanza de la Geometrìa otros elemenmentos, ni otro metodo, que los de *Euclides*: y haviendo dado à luz para instruccion del Real Cuerpo de Caballeros Guardias Marinas, Don Antonio Gabrièl Fernandez, Maestro que fuè de su Real Academia, è hijo de este Seminario en el año pasado de 1735. un compendio de la Geometrìa elementar, Arithmetica inferior, y Trigonometrìa plana, y espherica, à que añadiò en la segunda impresion del año de 1742. un tratado de Geometrìa Practica, ò del uso de los instrumentos mas comunes para trabajar en el papèl, y terreno, con la explicacion de los colores mas propios para designar, y labar los planos, y perfiles de fortificacion, &c. Representè asimismo à los Señores Diputados, que se llenarìan todas sus ideas reimprimiendo los dos tratados de aquella obra respectivos à la Geometrìa, que son el primero y quarto. En aquel se trata de la elementar, y en este de la practica, siguiendo el orden de di-

chos

chos Elementos, aunque sin hacer rigoroso comento de ellos (como èl mismo previene) sino solo explicando con brevedad aquellas Proposiciones mas universales para la inteligencia de las facultades Nauticas. De manera, que como dixo en la aprobacion que diò à esta obra mi venerado Maestro Don Juan Sanchez Reciente. *Escojiò como en Jardin ameno lo mas principal, y fundamental de la Geometrìa, y lo explicò con tanta suavidad, y concision, que manifestò con evidencia le eran muy familiares estas facultades*; y sobre todo, à mi me parece el mejor compendio de Geometrìa, y el mas oportuno para la mas breve instruccion de los Seminaristas.

Los demás tratados que expone el Autor como son el de la Arithmetica inferior, y Trigonometrìa Plana, y Esferica, sin embargo que los manifiesta con sobrada claridad y concision como los expresados, soy de parecer se omitan en la impresion, mediante que esta

obra

obra pia, se halla en el dia surtida de ellos para el mismo efecto, y la mas puntual enseñanza de sus Colegiales.

Los Señores Diputados conformandose con este dictamen: Acordaron de conformidad se reimprimiesen los dos compendios de Geometrìa Elementar, y Practica, que quedan mencionados, para la consecucion de los fines à que se dirije la instruccion, y aprovechamiento de los referidos Colegiales Seminaristas de este Real de San Telmo en Sevilla à 19. de Noviembre de 1778.

TRA-

TRATADO I.

DE LA

GEOMETRIA

ELEMENTAR.

GEOMETRIA, segun su ethymologia, es lo mismo, que medida de la Tierra; pero en la general aceptacion se entiende por Geometría la nobilisima ciencia, que tiene por objeto la cantidad continua: esto es, todo lo mensurable, en quanto mensurable: como son lineas, superficies, y solidos, sin atender à la materia, ni à sus qualidades. Dividese esta en Especulativa, y Practica: aquella manifiesta solamente la verdad de las proposiciones; y esta dà reglas, con que dirige las operaciones con acierto.

No

No es mi intento en este Tratado hacer un rigoroso comento de los Elementos de Euclides; si solo explicar con brevedad aquellas proposiciones mas universales para la inteligencia de las facultades, que S. Mag. (que Dios guarde) tiene ordenado se enseñe à los Caballeros Reales Guardias Marinas en esta Real Academia; mas sin perturbar el orden de dichas proposiciones, por no quitar la inteligencia de las citas en los demàs Autores. Siguense à este primer Tratado de la Geometría, los de la Arithmetica inferior, y Trigonometria demonstrada, que son la base, y fundamento de dichas facultades. Empero antes de pasar à la Obra, es conveniente declarar algunos terminos, que son frequentes en la Geometria, y demàs facultades Mathematicas, como son: Definiciones, Postulados. Axiomas, &c.

Definiciones son las explicaciones de los nombres, y terminos, que se hallan en las proposiciones, como es: *Linea es una longitud sin latitud.*

Postulados, ò peticiones, son ciertas practicas, que por ser tan claras, y evidentes, no necesitan de demonstracion, ni se le deben negar, como es: *De un punto à otro tirar una linea recta.*

Axio-

Axiomas, ò comunes sentencias, son unas verdades tan evidentes, que ning una persona las puede negar, sin desmentir la razon natural, como es: *El todo es mayor que su parte.*

Proposicion es nombre general, y significa aqui qualquiera cosa, quc es propu esta para demonstrarla por sus principios: divide se en Theorema, y Problema.

Theorema es una proposicion especulativa, que dice alguna propriedad ò pasion de el sujeto, como es: *Dos lados de un triangulo son mayores, que el tercero.*

Problema es una proposicion practica, que enseña el modo de hacer alguna cosa, demonstrandola por sus principios, como es: *Hallar el centro de un circulo dado.*

Lemma es una proposicion, que sirve para la demonstracion de un Theor ema, ò resolucion de un Problema.

Corolario es una consequencia de lo demonstrado en alguna proposicion.

Scholio es una anotacion, que se añade al fin de alguna proposicion, para mayor explicacion suya, ò para mayor extension de lo que en ella se enseña.

EX-

EXPLICACION DE LAS CITAS MAS *frequentes, que se hallan en esta Obra.*

SI la cita fuere señalada con esta figura (p. 4) quiere decir: proposicion quarta de el mismo libro, en que se hallàre; y si fuere esta, (p. 7. l. 5.) quiere decir: proposicion septima de el libro quinto. Quando se encontrare esta, (def. 4. l. 5.) quiere decir: definicion quarta de el libro quinto. Si fuere esta, (ax. 3.) dirà: axioma tercero; y si la siguiente (post. 1.) postulado primero: y asi de las demàs.

N O T A.

EN los titulos de las proposiciones, expone el Autor la explicacion de lo que à de demonstrar con figuras determinadas, signados sus terminos con letras, lo qual aunque no impide la inteligencia, puede tal vez servir de algun embarazo para su total comprehencion, y para evitarlo se harà cargo el estudioso de sugetar el titulo de la proposicion à la memoria, tomandolo generalmente sin hacer mencion de las letras, dexando estas para quando se refiera à la explicacion de cada uno en particular.

LI-

LIBRO PRIMERO.

DE LOS ELEMENTOS GEOMETRICOS de EUCLIDES.

Definiciones.

1. PUNTO es, el que no tiene partes.
2. Linea es una longitud sin latitud. Dividese en Recta, y Curva.
3. Los extremos de la linea son puntos.
4. Linea recta es, la que igualmente està entre sus extremos, ò la menor entre dos puntos.
5. Superficie es, la que tiene solamente longitud, y latitud, Dividese en Plana, y Curva.
6. Los extremos de la superficie son lineas.
7. Superficie plana es, la que està igualmente entre sus lineas, ò à quien se ajusta una linea recta por todas partes.
8. Angulo plano es, la inclinacion de dos lineas, que concurren en un punto, y no componen una linea. El Angulo se divide en Rectilineo, Curvilineo, y Mixtilineo.
9. Angulo Rectilineo es, el que està contenido de dos lineas rectas: como el Angulo A. (fig 1.)

Adviertase, que quando el Angulo se nombra con tres letras, se entiende ser el Angulo el de la letra de enmedio.

La medida de el Angulo Rectilineo es el arco de circulo descripto de el punto, en que concurren las lineas, que le forman (llamado punto angular) y comprehendido entre ellas, como si del punto A. (fig. 1.) con qualquier intervalo se describe el arco BC. serà este su medida. De que se infiere, que los Angulos en A. y en E. seràn iguales, si sus medidas, ò arcos BC DF. descriptos con un mismo intervalo, son iguales.

10. Angulo Recto, es qualquiera de los que forma una linea con otra, quando de tal suerte concurre con ella, que à entrambas partes forma los Angulos iguales, y esta linea se llama perpendicular. Si la linea BA. cae sobre la CE. sin inclinarse à una, ni à otra parte (fig. 2.) formando los Angulos BAC. BAE. iguales, en este caso cada uno de dichos Angulos se llama Recto, y la AB. perpendicular à la CE.

11. Angulo Obtuso es el mayor, que un Recto.

12. Angulo Agudo el que es menor que recto.

Explicacion. Quando la linea FA. cae sobre CE. haciendo los Angulos FAC. FAE. desiguales, el Angulo FAC. por ser mayor que el recto BAC.

BAC. se llama Obtuso, y el Angulo FAE. menor que el Recto BAE. se dice Agudo.

13. Termino es el extremo de una cantidad, de que hai tres especies: es à saber, el punto, que lo es de la linea, esta de la superficie, y la superficie de el cuerpo.

14. Figura es, la que està cerrada de uno, ò de muchos terminos. Adviertase, que ha de estàr cerrada por todas partes, por lo que el Angulo no es figura.

15. Circulo es una figura plana terminada de una sola linea, llamada circunferencia, distante igualmente por todas partes de un punto, que tiene en medio, llamado centro, de el qual todas las lineas, que se tiran à la circunferencia, son iguales.

16. Diametro del circulo es qualquiera linea recta, que pasando por el centro, se terminan sus extremos en la circunferencia, y divide el circulo en dos partes iguales.

17. Semicirculo, ò medio circulo, es una figura terminada por el diametro, y la mitad de la circunferencia.

Explicacion. El espacio, ó cantidad cerrada dentro de la linea BCDE. (fig. 2.) Es circulo, y dicha linea, que le cierra, se llama circunferencia; el punto A. es el centro, y todas las rectas, que de èl salen, y se terminan en la circunferencia, como AB. AF. &c. se llaman radios, ò Semidiametros, y la recta CAE. que pasando por el centro A. se terminan sus extremos en la circunferencia, se llama diametro. Finalmente, el espacio comprehendido de el diametro CE. y la mitad de la circunferencia CBE. es semicirculo, y el espacio CAB. quadrante, ò quarta parte de circulo.

18. Figura Rectilinea es aquella, que està comprehendida de lineas rectas. Si las lineas, que la cierran son tres, se llama Trilatera, y por contener tres Angulos, se llama tambien Triangulo. Si tiene quatro lados, ò lineas, se dice Quadrilatera, y si mas de quatro, Multilatera, ò Polygono.

19. Triangulo Equilatero es, el que tiene los tres lados iguales, como A. (fig. 3.)

20. Isoceles es, el que tiene solamente los dos lados iguales, como B.

21. Escaleno es, el que tiene los tres lados desiguales, como C.

22 Triangulo Rectangulo es, el que tiene un Angulo recto, como B

23. Obtusangulo, ù Ambligonio es, el que tiene un Angulo Obtuso, como C.

24. Acutangulo, ù Oxigonio es el que tiene sus tres angulos Agudos, como A.

25. Lineas Paralelas son, las que distan igualmente por todas partes, y prolongadas en infinito, no concurren jamàs, como AB. CD. (fig. 4.) La distancia igual de las Paralelas se mide por los perpendiculos AC. BD.

26. Paralelogrammo es una figura quadrilatera, cuyos lados opuestos son Paralelos, como A. B. C. D. (fig. 5.) Llamase Rectangulo, el que tiene sus quatro angulos rectos, y Obliquangulo, el que tiene los quatro angulos obliquos, ò no rectos.

27. Quadrado es el Rectangulo, que consta de lados iguales, como A. (fig. 5.)

28. Quadrilongo es el Rectangulo, que tiene los lados opuestos iguales, como B.

29. Rombo es un Obliquangulo, que tiene sus quatro lados iguales, como C

30. Romboyde es un Obliquangulo, que sus lados opuestos son iguales, como D.

31. Trapezio es qualquiera Quadrilatero, que no es Paralelogrammo, como E.

Peticiones.

1. PIdese, que se pueda tirar una linea recta de un punto à otro.

2. Que se pueda prolongar una linea recta à discrecion.

3. De qualquier centro, con qualquiera distancia describir un circulo.

Axiomas.

1. LAS cosas, que son iguales à una misma, son iguales entre sì.
2. Si à cosas iguales se añaden iguales, los todos seràn iguales.
3. Si de cosas iguales se quitan iguales, los residuos seràn iguales.
4. Si à cosas desiguales se añaden iguales, los todos seràn desiguales.
5. Si de cosas desiguales se quitan iguales, los residuos seràn desiguales.
6. Las cosas, que son duplas, triplas, &c, de una misma, son iguales entre sì.
7. Las cosas, que son mitades, tercias, &c. de una misma, son iguales entre sì.
8. Las cosas de una misma especie, y forma, que puestas una sobre otra, se ajustan, son iguales entre sì.
9. El todo es mayor que su parte, è igual à todas sus partes juntas.
10. Todos los angulos rectos son iguales entre sì.
11. Los perpendiculos AC. BD. cortan partes iguales AB. CD. (fig. 4.) de las paralelas: por-

por que las paralelas AB CD. se engendran de el movimiento de la perpendicular AC sobre la CD y tanto corre el punto C como el A. por lo qual quando C. llegare à D. A. llegarà à B.

12. Dos lineas rectas no encierran espacio.

13. Dos lineas rectas no tienen un segmento comun.

PROPOSICION I. PROBLEMA.

Sobre una Recta dada, y terminada (AB.) describir un Triangulo Equilatero. (fig. 6.)

DE el punto B. con el intervalo BA. describase (post. 3.) el circulo ACD. y con el mismo intervalo, y centro A. hagase el circulo BCE. que cortarà à el primero en C. tirense (post. 1.) las rectas AC. BC. Digo, que el triangulo ACB. es Equilatero.

Demonstracion. Las rectas BA. BC. por radios de el circulo ACD. son (def. 15.) iguales: asimismo AB. AC. son iguales, por radios de el circulo BCE. luego AC. y BC. que son iguales à la AB. lo son entre sì (ax. 1.) y el triangulo ACB. (def. 19.) es Equilatero. Que es, &c.

PROPOSICION II. PROBLEMA.

De un punto dado (B.) *tirar una recta igual à otra* (A.) *dada.* (*fig.* 7.)

TOmese con el compàs la recta dada A. y haciendo centro en el punto B. hagase (post. 3.) un circulo DEF. y tirando à qualquier punto de su circunferencía la linea BD. serà esta (def. 15.) igual à la dada A.

PROPOSICION III. PROBLEMA.

Dadas dos rectas desiguales (A. y BC.) *cortar de la mayor* (BC.) *una parte igual à la menor.* (A.) (*fig.* 7.)

DE un extremo B. de la mayor, con el intervalo de la menor A. describase el circulo DEF. que corta à la BC. en E. y serà la BE. (def. 15.) igual à la dada (A.)

PROPOSICION IV. THEOREMA.

Si dos triangulos (BAC. EDF.) *tienen dos lados* (BA. AC.) *de el uno iguales à dos lados* (ED. DF.) *de el otro, cada uno al suyo, y los angulos* (A. y D.) *comprehendidos entre estos lados, fueren iguales, tendràn tambien iguales bases*, (BC. EF.) *y los triangulos seràn totalmente iguales.* (*fig.* 8.)

D*Emonstracion.* Imaginese el triangulo EDF sobre el triangulo BAC. de suerte, que el punto D. caiga sobre A. y porque los angulos D. y A. son iguales, los lados ED. DF. caen sobre BA. y AC. y porque dichos lados son iguales cada uno al suyo (por supos.) los puntos E. F. se ajustan con los puntos B. y C. y la base EF. con la BC. luego (ax. 8.) son iguales, y asimismo los triangulos, y el angulo E. es igual al angulo B. como tambien F. à C. Que es lo que se havia de demonstrar.

PROPOSICION V. THEOREMA.

En el triangulo Isoceles (BAC) *los angulos* (B. y C.) *sobre la base* (BC.) *son iguales.* (*fig.* 9.)

COnsiderese el angulo A. dividido por mitad con la recta AD.

Demonstracion. Los triangulos BAD. DAC. tienen los lados BA. AC. iguales (por sup.) y AD. comun, y los angulos comprehendidos BAD. DAC. tambien (por sup.) iguales: luego (p. 4.) dichos triangulos son totalmente iguales: luego los Angulos B. y C. que se oponen al lado comun AD. son iguales. Que es, &c.

Corolarios.

1. DE aqui se sigue, que el triangulo Equilatero es equiangulo.
2. En el triangulo Isoceles la recta, que parte igualmente el angulo vertical, parte igualmente la base, y es perpendicular à ella: porque siendo los triangulos BAD. DAC. totalmente iguales, serà BD. igual à DC. y los angulos en D. (def. 10.) rectos.

PROPOSICION VI. THEOREMA.

Si dos angulos (B. y ACB.) *de un triangulo* (BAC.) *son iguales, sus lados opuestos* (BA. AC.) *seràn iguales* (*fig.* 10.)

SI esto no es asi, uno de ellos serà mayor que el otro. Sea, pues, BA. mayor que AC. cor-

cortese de BA. (p. 3.) BD. igual à AC. y tirese la recta DC.

Demonstracion. Los triangulos DBC. y ACB. tienen los lados DB. BC. iguales à los lados AC. CB. y el angulo B. igual al angulo ACB. luego dichos triangulos (p. 4.) serán iguales. La parte al todo (ax. 9.) no puede ser: luego un lado no puede ser mayor, que el otro, y por consiguiente son iguales.

Corolario.

DE lo dicho se infiere, que el triangulo equiangulo es equilatero.

PROPOSICION VIII. THEOREMA.

Si dos triangulos tienen los tres lados de el uno iguales à los tres lados de el otro, seràn totalmente iguales. (*fig.* 11.)

SEan los triangulos BAC. BDC. que tengan el lado AB. igual à DB. y AC. á DC. y la base BC. comun: (que es lo mismo, que tenerlas iguales) Digo, que los angulos BAC. BDC. seràn iguales, y asimismo los triangulos. Tirese la recta AD.

Demonstracion. En el triangulo Isoceles ABD. los angulos BAD. BDA. sobre la base AD. (p. 5.) son iguales: y por la misma, en el triangulo Isoceles ACD. los angulos CAD. CDA. son iguales: luego (ax. 2.) el total en A. es igual à el total en D. y (p. 4.) los triangulos BAC. BDC. son totalmente iguales. Que es, &c.

PROPOSICION IX. PROBLEMA.

Dividir un angulo rectilineo (BAC.) *en dos partes iguales.* (*fig.* 12.)

DE el punto A. como centro, describase el arco BC. y de los puntos B. y C. con qualquiera distancia dos arcos, que se cruzen en D. tirese la recta AD. Digo, que esta divide el angulo dado en dos iguales. Tirense las rectas BD. CD.

Demonstracion. En los triangulos BAD. CAD los lados AB. AC. y BD. CD. son (por const.) iguales, y el lado AD. comun: luego (p. 8.) los angulos BAD. CAD. que se oponen à iguales lados, son iguales. Que es, &c.

PROPOSICION X. PROBLEMA.

Dividir una recta dada terminada (AB.) *en dos partes iguales.* (*fig.* 13.)

FOrmese sobre la AB. (p. 1.) el triangulo equilatero ACB. y (p. 9.) dividase por medio el angulo ACB. con la recta CD. Digo, que esta divide la AB. en dos partes iguales en el punto D.

Demonstracion. En los triangulos ACD. BCD. los lados AC. BC. son iguales, CD. comun, y los angulos en C. iguales (por const.) luego (p. 4.) AD. es igual à DB. Que es, &c.

PROPOSICION XI. PROBLEMA.

Sobre una linea recta dada, (AB.) *y à un punto en ella dado*, (D.) *levantar una perpendicular.* (*fig.* 13.)

COrtense las partes iguales DA. DB. y sobre la AB. formese (p. 1.) el triangulo equilatero ACB. y tirese la linea CD. Digo, que esta es perpendicular à la AB.

Demonstracion. En los triangulos ADC. BDC. el lado CD. es comun, los lados AD. DB.

(por

(por const.) iguales, y las bases AC. CB. asimismo iguales: luego (p. 8.) el angulo ADC. es igual al angulo BDC. y (def. 10.) la linea CD. es perpendicular à AB. Que es, &c.

PROPOSICION XII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada (AB.) *no terminada, y de un punto fuera de ella dado* (C.) *tirar una perpendicular.* (*fig.* 14.)

De el punto C. como centro, describase (post. 3.) un circulo, que corte à la AB. en dos partes A. y B. y dividase AB. por medio (p. 10.) en el punto D. tirese la CD. Digo, que esta es la perpendicular, que se pide. Tirense (post. 1.) las rectas CA. CB. Demuestrase como lo antecedente.

PROPOSICION XIII. THEOREMA.

Si una recta (BA.) *cae sobre otra* (DC.) *hace dos angulos rectos, ò iguales à dos rectos,* (*fig.* 15.)

Demonstracion. Si la AB. es perpendicular à DC. los angulos DAB. BAC. (def. 10.) se-

seràn rectos ; mas si no fuere perpendicular, como AE. el angulo obtuso DAE. tanto excede al recto DAB. quanto el agudo EAC. es menor, que el recto BAC. Luego DAE. EAC. son iguales à los dos rectos DAB. BAC. Que es, &c.

Corolario. Fig. 16.

DE aqui se sigue, que todos los angulos, que se pueden formar en un punto son iguales à quatro rectos : porque los angulos DEA. DEB. (p. 13.) son iguales à dos rectos : y por la misma los angulos CEA. CEB. son iguales à dos rectos : luego todos componen quatro rectos.

PROPOSICION XIV. THEOREMA.

Si dos rectas (DA. CA.) *concurren en un punto* (A.) *de otra recta* (BA.) *haciendo los angulos* (DAB. BAC.) *iguales à dos rectos, las dos compondràn una misma recta* (DC.) (*fig.* 15.)

DEmonstracion. Si se niega, que hacen una recta, sealo DAE. Luego los angulos DAB. BAE. (p. 13.) son iguales à dos rectos ; lo que (ax. 9.) no puede ser : por-

porque (por sup.) lo son DAB. BAC. Luego, &c.

PROPOSICION XV. THEOREMA.

Si dos rectas (AB. CD.) *se cortan en* (E.) *haràn los angulos verticales* (DEA. CEB.) *iguales.* (*fig.* 16.)

DEmonstracion. Los angulos DEA. AEC. son (p. 13.) iguales à dos rectos, como tambien los angulos AEC. CEB. Luego quitando de emtrambas partes el angulo comun AEC. quedaràn (ax. 3.) los angulos verticales DEA. CEB. iguales entre sì. Que es, &c.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

En qualquier triangulo (ABC.) *prolongado un lado, el angulo externo* (ACD.) *es mayor, que qualquiera de los internos opuestos* (CBA. ó CAB.) (*fig.* 17.)

DIvidase el lado AC. en dos partes iguales (p. 10.) en el punto E. tirese la recta indeterminada BEF. y tómese EF. igual (p. 3.) à BE. tirese la recta FC,

De-

Demonstracion. En los triangulos AEB. CEF. los lados AE. EB. de el uno son iguales à los lados CE. EF. de el otro (por const.) y el angulo AEB. (p. 15.) igual al angulo CEF. luego (p. 4.) el angulo A. es igual al angulo ECF. que se oponen à iguales lados BE. EF. pero el angulo externo ACD. (ax. 9.) es mayor que el angulo ECF. luego tambien es mayor, que su igual en A.

De el mismo modo se demuestra, que el angulo externo ACD. es mayor que el interno opuesto ABC. haciendo la construccion sobre el lado BC.

PROPOSICION XVII. THEOREMA.

Qualesquiera dos angulos de un triangulo son menores que dos rectos.

ES consequencia de la p. 32. y no se ha menester antes de ella.

PROPOSICION XVIII. y XIX. THEOREMAS.

En qualquier triangulo (ABC.) *al mayor lado* (AC.) *se opone el mayor angulo*, (ABC.) *y al contrario.* (*fig.* 18.)

18. CORtese de el mayor lado AC. (p. 3.) AD. igual al lado AB. y tirese la recta BD.

Demonstracion. El angulo C. (p. 16.) es menor que ADB. ò que (p. 5.) su igual ABD. Luego el angulo C. es mucho menor que ABC. que es, &c.

19. La conversa es evidente. Porque, si al mayor angulo se opusiera menor lado; al contrario, al menor lado se opusiera mayor angulo, qne es contra la antecedente.

Corolario.

SIGUESE de lo demonstrado, que en el triangulo Escaleno todos los angulos son desiguales.

PRO-

PROPOSICION XX. THEOREMA.

En qualquier triangulo (BAC.) *dos de sus lados* (BA. AC.) *juntos son mayores que el tercero* (BC.) (*fig.* 9.)

DIvidase el angulo A. (p. 9.) en dos iguales con la recta AD.

Demonstracion. En el triangulo BAD. el angulo CDA. externo (p. 16.) es mayor que DAB. ò que su igual DAC. Luego (p. 19.) AC. es mayor, que DC. De el mismo modo se demuestra, que BA. es mayor que BD. Luego los lados BA. AC. juntos son mayores que BC. Que es, &c.

PROPOSICION XXII. PROBLEMA.

Formar un triangulo de tres rectas iguales à otras tres dadas (A. B. C.) *con tal, que dos de ellas sean mayores que la tercera.* (*fig.* 19.)

TIRESE una recta indeterminada, y cortese de ella (p. 3.) EF. igual à la linea A. y de los puntos E. F. con los intervalos de las rectas B. C. describanse dos arcos, que se corten en G. Tirense las rectas EG. FG. Digo, que el triangulo EGF. es el que se pide. Consta de la construccion.

PROPOSICION XXIII. PROBLEMA.

Hacer un angulo rectilineo igual à otro dado (A) *en un punto* (D.) *de una linea recta* (ED.) (*fig.* 8.)

TIRESE la BC. que junte los lados de el angulo A. y formese el triangulo EDF. (p.22) igual al triangulo ABC. de suerte, que ED. sea igual à AB. DF. à AC. y EF. à BC. y serà el angulo D. igual (p. 8.) al angulo A.

PROPOSICION XXIV. THEOREMA.

Si dos triangulos (BAC. BAD.) *tienen dos lados* BA. AC. *de el uno iguales à dos lados* (BA. AD.) *de el otro, cada uno à su correspondiente; el que tuviere mayor angulo* (BAC.) *comprehendido, tendrà tambien mayor base.* (*fig.* 20)

TIRESE la recta CD.

De-

Demonstracion. En el triangulo Isoceles CAD. los angulos DCA. CDA. sobre la base DC. son (p. 5.) iguales; pero DCB. es menor que DCA. ò que su igual CDA. Luego serà mucho menor que CDB. Luego (p. 19.) BC. en el triangulo BCD. es mayor que BD. Que es, &c.

PROPOSICION XXV. THEOREMA.

Si dos triangulos (BAC. BAD.) *tienen dos lados* (BA. AC.) *de el uno iguales à dos* (BA. AD.) *de el otro, y las bases* (BC. BD) *desiguales, el que tuviere mayor base* (BC.) *tendrà mayor angulo* (BAC.) *opuesto à ella.* (*fig.* 20)

DEmonstracion. Si los angulos BAC.BAD. fuesen iguales, las bases BC. y BD. (p. 4.) serian iguales; y si BAC. fuese menor, la base BC. (p. 24) seria menor que BD. uno, y otro es contrà el supuesto: luego BAC. es mayor que BAD. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XXVI. THEOREMA.

Si dos triangulos (BAC. EDF.) *tienen dos angulos* (B. y C.) *de el uno iguales à dos angulos* (E. F.) *de el otro, cada uno à su correspondiente, y un lado igual à un lado, los triangulos seràn totalmente iguales.* (*fig.* 8.)

LO primero, seàn iguales los lados BC. EF. adjacentes à dichos angulos.

Demonstracion. Puesto el un triangulo sobre el otro, se ajustaràn los lados BC. EF. por ser iguales; y por ser los angulos B. C. iguales à los angulos E. F. los lados BA. CA. caeràn sobre ED. FD. y el punto A. sobre D. porque de otra suerte no se ajustaràn los lados: luego (ax. 8.) los triangulos son iguales.

Lo segundo, sean los lados iguales AC. DF. que se oponen à iguales angulos B. E.

Demonstracion. Porque los angulos B. C. se suponen iguales à los angulos E F. tambien el angulo A. serà igual al angulo D. (p. 32.) que por no tener dependencia de esta, se puede suponer: luego por la razon dicha en la primera parte, los triangulos son de el todo iguales.

PROPOSICION XXVII. THEOREMA.

Si una linea recta (FE.) cayendo sobre otras dos rectas (AB. CD.) hace los angulos alternos (AFE. FED.) iguales, estas dos rectas seràn paralelas. (*fig.* 21.)

D*Emonstracion.* Si las lineas AB. CD. no son paralelas, prolongadas, concurriràn en algun punto, como H. Luego el angulo externo AFE. (p. 16.) será mayor que el interno FED. lo que es contra lo supuesto: luego las lineas AB. CD. no pueden concurrir: y asi son paralelas.

PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

Si una linea recta, cayendo sobre otras dos, hace el angulo externo igual al interno opuesto de la misma parte, ò los internos de la misma parte iguales à dos rectos, las tales dos rectas seràn paralelas. (*fig.* 21.)

CAIGA la recta FG. sobre las AB. CD. haciendo el angulo CEG. externo igual al angulo AFE. interno opuesto. Digo, que las lineas AB. CD. son paralelas.

De-

Demonstracion. El angulo FED. es (p. 15.) igual al angulo CEG. ò à su igual AFE. Luego (p. 27.) las rectas AB. CD, son paralelas.

Lo segundo, sean los dos angulos internos AFE. CEF. iguales à dos rectos: digo, que las lineas AB. CD. son Paralelas.

Demonstracion. Porque los angulos AFE. CEF. se suponen iguales à dos rectos, y tambien lo son (p. 13.) los angulos CEF. FED. quitando el comun CEF. quedaràn (ax. 3.) los alternos AFE. FED. iguales: luego (p. 27) las AB. CD. son Paralelas. Que es, &c.

PROPOSICION XXIX. THEOREMA.

Si una linea recta (EH.) *corta otras dos rectas Paralelas* (AB. CD.) *harà los angulos alternos* AEF. EFD.) *iguales, el externo* (CFH.) *igual al interno opuesto* (AEF.) *de el mismo lado, y los dos internos de un mismo lado* (AEF. CFE.) *iguales à dos rectos* (*fig.* 22.)

TIRENSE los perpendiculos FM, EN.

Demonstracion. Los angulos alternos AEF. EFD. son iguales: porque en los triangulos MFE. NEF. el lado EF. es comun, los lados FM. EN. (def. 25.)

(def. 25.) y los ME. FN. (ax. 11.) son iguales: luego (p. 8.) los angulos alternos MEF. EFN. son iguales.

Lo segundo, el angulo externo CFH. es igual al interno AEF. porque (p. 15.) CFH. es igual al angulo EFD. y este (1.part.) à el AEF. Luego (ax. 1.) CFH. AEF. son iguales.

Lo tercero, los internos AEF. CFE. son iguales á dos rectos: porque (p. 13.) CFH y CFE. son iguales à dos rectos: pero (2. parte) CFH. es igual à AEF. Luego AEF. CFE. componen tambien dos rectos.

PROPOSICION XXX. THEOREMA.

Las lineas rectas (AB. CD) *Paralelas à una misma* (EF.) *son paralelas entre sì.* (*fig.* 23.)

TIRESE la recta GHK.

Demonstracion. Porque las rectas AB. EF. son paralelas, los angulos alternos BGH. EHG. (p. 29.) son iguales. Asimismo, porque la recta CD. es paralela à la EF. el angulo externo EHG. es (p. 29.) igual al interno opuesto HKC. Luego (ax. 1.) los angulos alternos BGH. HKC. son iguales, y (p. 27.) las rectas AB. CD. son paralelas. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XXXI. PROBLEMA.

A una linea recta (BC.) *dada, tirar una paralela por un punto* (A.) *dado.* (*fig.* 24.)

A Qualquier punto de la dada BC. tirese la recta AD. y hagase (p. 23.) el angulo EAD. igual al alterno ADB. y serà la recta AE. (p. 27.) paralela à la dada BC.

PROPOSICION XXXII. THEOREMA.

En qualquier triangulo (BAC.) *prolongado uno de sus lados* (BC.) *el angulo externo* (ACD.) *es igual à los dos internos opuestos* (A. y B.) *y los tres angulos internos iguales à dos rectos* (*fig.* 25.)

POR el punto C. tirese la recta CE. (p. 31.) paralela à BA.

Demonstracion. El angulo ACE. es igual (p. 29.) à su alterno A. y el angulo externo ECD. es igual à su interno B. Luego (ax. 2.) el externo ACD. de el triangulo BAC. es igual à los dos internos A. y B. Asimismo, porque los angulos ACB. ACD. son (p. 13.) iguales à dos rectos, y ACD. se demostrò igual à los angulos A. y B.

se

se sigue, que el angulo ACB. con los dos A. y B. componen dos rectos. Que es, &c.

Corolarios.

1. SI dos angulos de un triangulo son iguales à dos de otro, será tambien el tercero de el uno igual al tercero de el otro.
2. De un punto solo puede salir una perpendicular à otra recta.
3. De las rectas, que de un punto pueden caer sobre otra, la perpendicular es la menor; Porque esta se opone à un angulo agudo, y las demàs al recto.
4. En el triangulo Isoceles rectangulo, los angulos sobre la base son mitades de un recto.
5. En el triangulo Equilatero BAC. (fig. 6.) cada angulo es la tercia parte de dos rectos, ò las dos tercias partes de un recto, que son 60. grados; de donde se colige, que el radio de el circulo es igual à la cuerda de 60. grados. Porque si de el centro A. con el intervalo AB. ò AC. se describe el arco BC. serà este de 60. grados, por ser medida de el angulo A. y su cuerda BC. igual al radio de el circulo.

PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

Las lineas rectas (AC. BD.) *que unen dos rectas* (AB. CD.) *iguales*, *y paralelas*, *son tambien paralelas*, *è iguales*. (*fig.* 26.)

TIRESE la diagonal AD.

Demonstracion. En los triangulos ABD. DCA. los lados AB. DC. son iguales, y AD. comun, y (p. 29.) los angulos alternos BAD. ADC. iguales: luego (p. 4.) la base BD. es igual à la base AC. y el angulo ADB. igual à su alterno DAC. Luego (p. 27.) las iguales AC. BD. son tambien paralelas. Que es, &c.

PROPOSICION XXXIV. THEOREMA.

En todo Paralelogramo (BC.) *los lados*, *y angulos opuestos son iguales*, *y la diagonal* (AD.) *le divide en dos partes iguales*. (*fig.* 26.)

DEmonstracion. En los triangulos ABD. ACD. los angulos alternos BAD. ADC. (p. 29.) son iguales entre sì, y tambien los alternos BDA. CAD. Luego dos angulos de un trian-

triangulo son iguales à dos de el otro, cada uno al suyo, y el lado AD. adjacente comun: luego (p. 26) los triangulos son totalmente iguales, y el lado AB. igual al CD. y AC. à BD. y el angulo B. igual al angulo C. y el total BAC. igual al total BDC. Que es, &c.

PROPOSICION XXXV. THEOREMA.

Los Paralelogramos (CB. AF.) *que tienen una misma base* (AB.) *y estàn entre unas mismas paralelas* (CF. AB.) *son iguales.* (*fi.* 27.)

Demonstracion. En los triangulos CAE. DBF. los lados CA. DB. y AE. BF. (p. 34.) son iguales, y los angulos comprehendidos CAE. DBF. por iguales (p. 29.) al externo DGE. son (ax 1.) iguales entre sì: luego (p. 4.) los triangulos CAE. DBF. son iguales: luego si à uno, y otro se quita el comun DGE. quedaràn los trapecios CDGA. FEGB. (ax. 3.) iguales; y si à estos se añade el triangulo AGB. quedaràn los Paralelogrammos CB. AF. (ax. 2.) iguales. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XXXVI. THEOREMA.

La Paralelogrammos (AD. GF.) *que tienen iguales bases* (AB. GH.) *y estàn entre unas mismas paralelas* (AH. CF.) *son iguales.* (*fig.* 28.)

TIRENSE las rectas AE. BF.

Demonstracion. Porque AB. y FE. son (por la sup. y p. 34.) iguales à GH. lo son entre sì (ax. 1.) pero por lo supuesto son tambien paralelas : luego (p. 33.) AE. BF. son iguales , y paralelas : y por tanto AF. es Paralelogrammo, à quien son iguales (p. 35.) los Paralelogrammos AD. GF. Luego (ax. 1.) estos son iguales entre sì. Que es , &c.

PROPOSICIONES XXXVII. Y XXXVIII.

THEOREMAS.

Los triangulos , que tienen una , ò iguales bases , y estàn entre unas mismas paralelas, son iguales. (*fig.* 29.)

SEAN los triangulos ABC. FBC. que tengan una misma base BC. y estèn entre las paralelas BC. AD. Digo, que son iguales entre sì.

De el punto C. tirese (p. 31.) CE. paralela à BA. y CD. à BF.

Demonstracion. Los Paralelogrammos BE. y BD. son (p. 35.) iguales: luego los triangulos ABC. FBC. que son sus mitades (p. 34.) tambien (ax. 7.) son iguales entre sì.

La misma demonstraccion se harà, si los triangulos tienen iguales bases, con solo la diferencia de citar la 36. donde aqui la 35. Que es, &c.

PROPOSICIONES XXXIX. y XL.

THEOREMAS.

Los triangulos iguales, que tienen una misma, ò iguales bases, constituidos hazia una misma parte, estàn entre unas mismas paralelas. (*fig.* 30.)

SEAN los triangulos ABC. DBC. iguales constituidos sobre una misma base BC. y hàzia una misma parte. Digo, que AD. tirada por los vertices, es paralela à BC. Porque si AD. no lo es, sealo AE. y tirese CE.

De-

Demonstracion. Los triangulos ABC. EBC. son iguales (p. 37) Tambien lo son, por el supuesto ABC. DBC. Luego (ax. 1.) DBC. EBC. son iguales entre sì : la parte al todo (ax. 5.) no puede ser : luego AE. no es paralela à BC. ni otra alguna, que AD. porque se seguiria el mismo absurdo. Que es, &c.

La misma demonstracion se harà, si los triangulos iguales tuviesen iguales bases, con la diferencia de citar la 38. donde aqui la 37. Que es, &c.

PROPOSICION XLI. THEOREMA.

Si un Paralelogrammo (CE.) *tiene la misma base* (CD.) *que un triangulo* (BCD.) *y està entre unas mismas paralelas* (AB. CD.) *el Paralelogrammo serà duplo de el triangulo.* (*fig.* 31.)

TIRESE la diagonal AD.

Demonstracion. El triangulo ACD. es igual (p. 37.) al triangulo CDB. pero el triangulo ACD. es mitad de el Paralelogrammo CE. (p. 34.) Luego el triangulo CDB. tambien es mitad de el dicho Paralelogrammo, y este duplo de dicho triangulo. Que es, &c. PRO-

PROPOSICION XLVI. PROBLEMA.

Sobre una recta (BC.) dada, describir un quadrado. (fig. 32.)

LEvantese (p. 11.) la perpendicular BA. igual (p. 3.) à BC. y de los puntos A. y C. con el intervalo BC. describanse dos arcoc, que se crucen en D. tirense las rectas AD. CD. y serà BD. quadrado. Tirese AC.

Demonstracion. Porque todos los lados de el quadrilatero BD. son iguales à la recta BC. (por const.) lo son entre sì, (ax. 1.) Luego los triangulos ABC. ADC. que tienen iguales lados (p. 8.) son iguales en todo ser; pero el angulo B. es recto (por const.) luego su igual en D. tambien es recto, y los angulos sobre la base AC. (cor. 4. p. 32.) semirectos: luego los angulos totales en A. y C. son rectos, y el quadrilatero BD. (def. 27.) quadrado. Que es, &c.

Corolario.

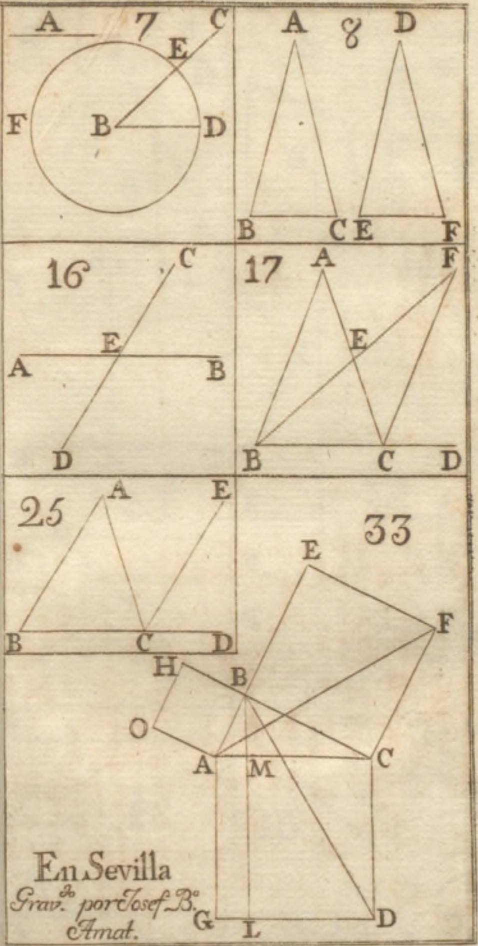
DE aqui se infiere, que si dos lineas son iguales, sus quadrados seràn iguales; y al contrario.

PROPOSICION LXVII. THEOREMA.

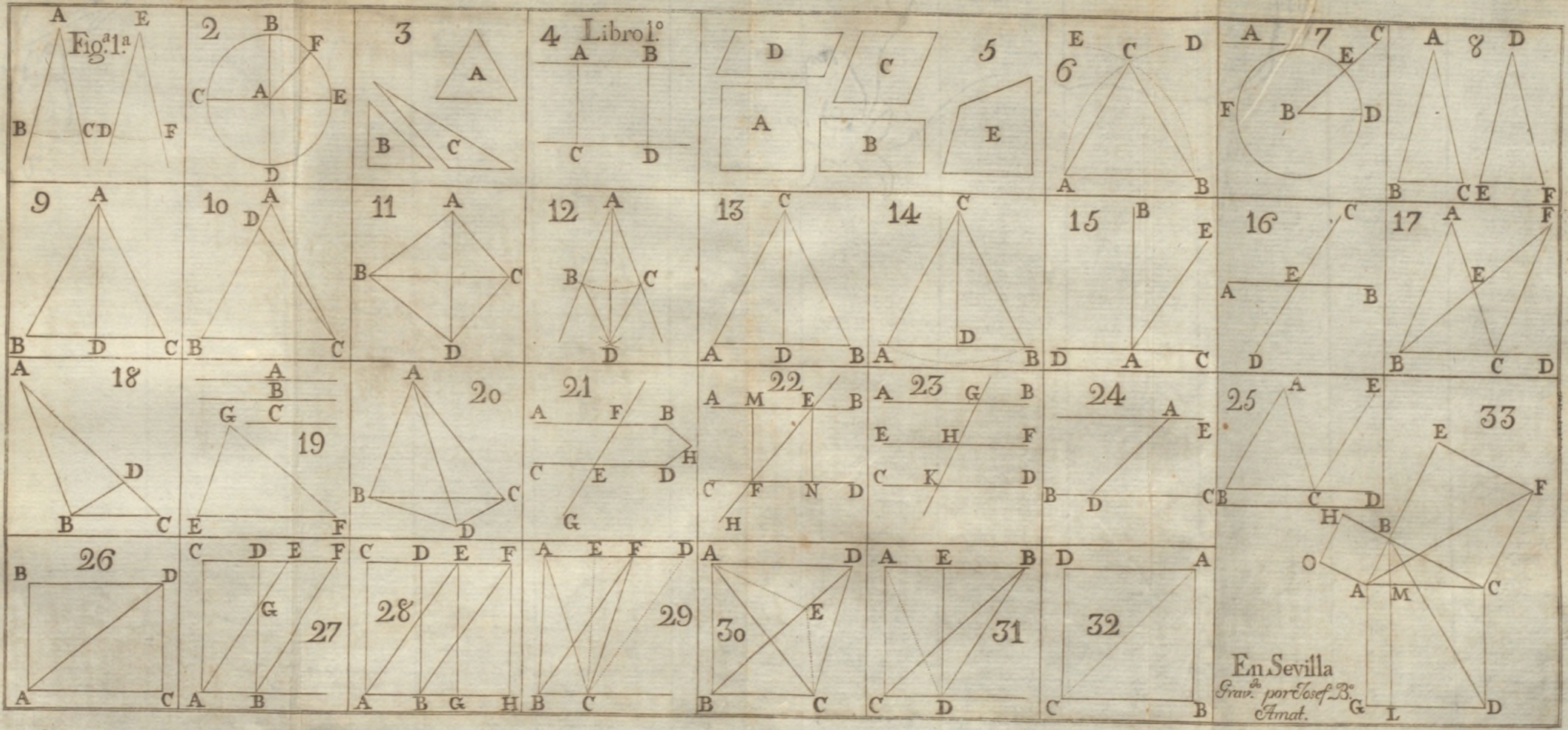
En qualquier triangulo rectangulo (ABC.) *el quadrado de el lado* (AC.) *opuesto al angulo recto* (B.) *es igual à los quadrados juntos, que se describen de los otros dos lados* (AB. BC.) (*fig.* 33.)

DEscribanse sobre dichos lados (p. 46.) los quadrados AH. AD. BF. y por ser los angulos en B. rectos, las rectas CB. BH. (p. 14.) componen una recta, como tambien AB. BE. Tirense (post. 1.) las rectas FA. BD. y la BL. (p. 31.) paralela à CD.

Demonstracion. En los triangulos ACF. BCD. los angulos BCD. FCA. son iguales, por componerse de los angulos rectos en C. de los quadrados, y de el angulo comun BCA. y los lados FC. CA. y BC. CD. que los comprehenden iguales: luego (p. 4.) los triangulos ACF. BCD. son iguales; pero (p. 41.) estos triangulos son mitades de los rectangulos BF. MD. Luego estos (ax. 6.) son iguales. De el mismo modo se demuestra, que el rectangulo MG. es igual al quadrado AH. luego los rectangulos MG. MD. esto es, el quadrado AD. (ax. 2.) es igual à los quadrados AH. BF. Que es, &c.



En Sevilla
Grav.do por Josef B.o
Amat.


Figª 1ª
Libro 1º
En Sevilla
Gravº por Josef Bº Amat.

LIBRO SEGUNDO.

Definiciones.

1. RECTANGULO es un Paralelogrammo, que tiene sus quatro angulos rectos.
2. Qualquier rectangulo se dice estàr contenido de las dos rectas, que comprehenden el angulo recto: *Como el rectangulo* AC (fig. 1.) *se dice, que està contenido de la linea* DC, *que es su longitud, y de la* AD. *que es su latitud, las quales determinan la magnitud de el rectangulo. Si se determina por numeros el valor de las dos lineas, como* AD. *de* 3. *pies, y* DC. *de* 4. *y se multiplica el valor de la una* 3. *por el valor de la otra* 4. *el producto* 12. *que son pies quadrados, serà el valor de el rectangulo* AC.

PROPOSICION I. THEOREMA.

Propuestas dos rectas (GB. BC.) *y una de ellas* (BC.) *dividida en qualesquiera partes* (BD. DE. EC.) *el rectangulo formado de las dos es igual à los rectangulos formados de la no dividida* (GB.) *y de cada una de las partes* BD. DE. EC. *de la dividida* BC. (*fig.* 2.)

FORMESE de las GB. BC. el rectangulo BF. y de los puntos D. y E. levantese (p. 11. l. 1.) las perpendiculares DH. EI.

Demonstracion. El rectangulo BH. està contenido de la GB. y BD. y el DI. de la HD. ò (p. 34. l. 1.) de la GB. su igual, y de la DE. y el EF. de la EI. ò su igual GB. y de la EC. y estos rectangulos son iguales (ax. 9.) à el BF. contenido de la GB. y BC. Que es, &c.

PROPOSICION II. THEOREMA.

Si una linea recta (AB.) *se divide como quiera* (*en* C.) *los rectangulos hechos de la toda* (AB.) *y de las partes* (AC. CB.) *son iguales al quadrado de la toda* (AB.) (*fig.* 3.)

HAGASE sobre la AB. (p. 46. l. 1.) el quadrado AD. y levantese la perpendicular CF. (p. 11. lib. 1.) *De-*

Demonstracion. Los rectangulos AF. CD. estàn contenidos de la AB. ò de sus iguales AE. BD. y de las partes AC. CB. y estos (ax. 9.) son iguales al quadrado AD. de la AB. Que es, &c.

PROPOSICION III. THEOREMA.

Si una recta (AB.) *se corta como quiera* (*en* C.) *el rectangulo hecho de la toda* (AB.) *y de una de sus partes* (AC) *es igual al quadrado de dicha parte* (AC.) *y al rectangulo de las partes* (AC. CB.) (*fig.* 4.)

LEVANTESE (p. 11. l. 1.) la perpendicular AE. igual à AC. acabese el rectangulo AF. y tirese CD. paralela à BF.

Demonstracion. El rectangulo AF. contenido de toda la AB. y de su parte AC. igual à AE. es igual (ax. 9.) à el quadrado AD. de la AC. y al rectangulo CF. contenido de la parte CB. y de la CD. igual de AC. Que es, &c.

PROPOSICION IV. THEOREMA.

Si una recta (AB.) *se divide en qualesquiera dos partes* (AC. CB.) *será el quadrado de la toda* (AB.) *igual à los quadrados de las partes* (AC. CB.) *y à dos rectangulos de las mismas partes.* (*fig.* 5.)

HAGASE (p. 46. l. 1.) el quadrado AD. cortese BI igual à CB. y quedarà ID. (ax. 3.) igual à AC. Levantese (p. 11. l 1.) las perpendiculares CF. IH. que seràn (p. 28. l. 1.) paralelas à los lados opuestos BD. AB.

Demonstracion. Los rectangulos CI. HF. (p. 34. l. 1.) tienen todos sus lados iguales: luego (def. 27. l. 1.) son quadrados hechos de las partes AC. CB. Por ser HG. igual à AC. el rectangulo AG. està contenido de la AC. y de la CG. ò su igual CB. El rectangulo GD. està contenido de la GI. ò de su igual CB. y de la ID. ò su igual AC. Luego dichos rectangulos estàn contenidos de las partes AC. CB. pero el quadrado AD. se compone de los quadrados HF. CI. y de los rectangulos AG. GD. Luego (ax. 9.) es igual à ellos. Que es, &c.

PROPOSICION V. THEOREMA.

Si una linea recta (AD.) *se divide igualmente en* (C.) *y desigualmente en* (B.) *serà el rectangulo de las partes desiguales* (AB. BD.) *junto con el quadrado de la intermedia* (CB.) *igual al quadrado de la* (CD.) *mitad de la linea.* (*fig.* 6.)

HAGASE (p. 46. l. 1.) el quadrado CF. sobre la CD. tomese DI. igual à BD. y levantense las perpendiculares BG. IK. y alarguese esta hasta perficionar el rectangulo AK. y serà KG. como se demonstrò en la antecedente, el quadrado de CB. y AH. es el rectangulo de AB. DB. ò de BH. su igual.

Demonstracion. Por ser DF. igual à AC. y DB. ò DI. igual à BH. seràn los rectangulos BF. AK. iguales : añadase à entrambos el comun KB. y serà el rectangulo AH. igual à los dos KB. BF. añadase à entrambas partes el quadrado KG. y serà el rectangulo AH. junto con el quadrado KG. de la parte intermedia CB igual al quadrado CF. hecho de la CD. mitad de la AD.

Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION VI. THEOREMA.

Si una recta (AB.) se divide por medio (en C.) y se le añade derechamente otra recta (BD.) el rectangulo de la compuesta (AD,) y de la añadida (BD.) junto con el quadrado de la mitad (CB.) de la propuesta, es igual al quadrado de la (CD.) compuesta de la mitad, y de la añadida. (fig. 7.)

SOBRE CD. formese el quadrado CE. y tomando DI. igual á la añadida BD. se formarà el rectangulo AI. Tirese BG. perpendicular à CD. y serà KG. el quadrado de la CB. y AI. el rectangulo de las AD. BD.

Demonstracion. Porque (como se ha demonstrado en la p. 4.) CH. es igual à HE. y (p. 36. l. 1.) AK. es igual à HC. serà AK. igual à HE. añadase à entrambos el rectangulo CI. y serà el rectangulo AI. igual à los dos CI. IG. y añadiendo à una, y otra parte el quadrado KG. serà AI. que es el rectangulo ADB. junto con el quadrado KG. de la mitad de la linea CB. igual al quadrado CE. de la CD.

Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION VII. THEOREMA.

Si una recta (AB.) *se corta en qualesquiera dos partes* (AC. CB.) *los dos quadrados* (AD. y EC.) *juntos , es à saber , de la toda* (AB.) *y el de una de sus partes* (AC.) *son iguales à dos rectangulos* (BAC.) *de la toda* (AB.) *y de dicha parte* (AC.) *y al quadrado , de la otra parte* (CB.) (*fig.* 8.)

CONTINUESE FC. hasta G. y tomando MO. igual à AC. tirese la MN. paralela à AB.

Demonstracion. Los quadrados AD. EC. juntos se componen (ax. 9.) de el rectangulo EH. (hecho de EM. EF. ó de AB. AC. sus iguales) y de el rectangulo MD. (hecho de MN. y MO. ò de AB. AC. sus iguales) y de el quadrado CN. Luego los quadrados de las rectas AB. AC. son iguales à dos rectangulos BAC. y al quadrado de CB. Que es , &c.

PROPOSICION XI. PROBLEMA.

Dividir una recta (AB.) en dos partes tales, que el rectangulo de la toda, y de el menor segmento sea igual al quadrado de el mayor. (*fig.* 9.)

SOBRE la recta dada AB. describase (p. 46. l. 1.) el quadrado CB. cuyo lado AC. dividase por medio en D. tirese la BD. y hagase DG. igual à DB. y sobre la AG. hagase el quadrado AH. y prolonguese la HF. Digo, que la recta AB. està dividida en F. de suerte, que el rectangulo FE. hecho de la toda AB. ò su igual BE. y del menor segmento BF. es igual al quadrado AH. de el mayor segmento AF.

Demonstracion. Porque la recta AC. està dividida igualmente en D. y se le ha añadido la AG. el rectangulo CH. con el quadrado de la linea AD. serà igual (p. 6.) à el quadrado de la DG. ó de su igual DB. y este (p. 47. l. 1.) es igual à los quadrados de DA. y AB. Luego si de una, y otra parte se quita el quadrado comun de AD. quedarà (ax. 3.) el rectangulo CH. igual al quadrado BC. y quitando de ambas partes el rectangulo comun CF. quedarà el rectangulo FE. igual al quadrado AH. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XII. THEOREMA.

En el Triangulo Obtusangulo (ABC.) *el quadrado de el lado* (AC.) *opuesto al angulo Obtuso* (B.) *es igual à los quadrados de los otros dos lados* (AB. CB.) *y à dos rectangulos hechos de uno de los lados* (CB.) *que forman el angulo Obtuso, sobre el qual, alargado, cae la perpendicular* (AD.) *y de la parte* (BD.) *tomada entre la perpendicular, y angulo Obtuso* (*fig.* 10.)

D*Emonstracion.* El quadrado de la CD. (p. 4.) es igual à los quadrados de CB. BD. y à dos rectangulos CBD. añadase à entrambas partes el quadrado de la AD. y seràn los quadrados de la CD. y DA. esto es, (p.47.l.1.) el quadrado de la AC. igual à los quadrados CB. BD. AD. y à dos rectangulos CBD. Pero el quadrado de AB. (p. 47. l. 1.) es igual á los de BD. y AD. Luego el quadrado de AC. es igual à los quadrados de CB. AB. y à dos rectangulos CBD. Que es, &c.

PROPOSICION XIII. THEOREMA.

En todo triangulo (BAC.) *el quadrado de el lado* (AB.) *opuesto à el angulo agudo , con dos rectangulos hechos de el lado* (BC.) *sobre quien cae la perpendicular* (AD.) *y de la* (DC.) *parte tomada entre la perpendicular, y angulo agudo , es igual à los quadrados de los otros lados* (AC. BC.) (*fig.* 11.)

DEmonstracion. Los quadrados de las BC. y DC. son iguales (p. 7.) à dos rectangulos BCD. y al quadrado de BD. añadase à entrambas partes el quadrado de la AD. y seràn los quadrados de BC. DC. AD. iguales à dos rectangulos BCD. y à los quadrados de BD. AD. esto es, (p. 47. l. 1.) al quadrado de AB. Pero el quadrado de AC. es igual (p. 47. l. 1.) à los de DC. AD. Luego los quadrados de BC. AC. son iguales à dos rectangulos BCD. y al quadrado de AB.

* * * * * * * * * * * * * * *

LI-

LIBRO TERCERO.

Definiciones.

1. CIRCULOS iguales son, cuyos diametros, ò semidiametros son iguales.
2. Linea tangente es, la que toca à el circulo en un punto, y prolongada no le corta: *Como la recta* ABC. (*fig.* 35.) *que toca al circulo en* B.
3. Circulos tangentes son aquellos, cuyas circunferencias se encuentran sin cortarse. *Y este contacto puede ser interior, como en los circulos* AE. AP. (fig. 20.) *ò exterior, como en los circulos* CD. CE. (fig. 21.)
4. Segmento de el circulo es una figura contenida de una linea recta, y parte de la circunferencia, como AEB. (fig. 13.) ò AFB.
5. Angulo en el segmento se llama el contenido de dos lineas rectas tiradas de qualquier punto de la circunferencia à las extremidades de la recta, que es base de dicho segmento: *Como el angulo* BAC. (fig. 26.) *Este mismo angulo se dice insistir sobre un arco, quando este le està opuesto, y le sirve de base. De suerte,*

te,

te, que està en el segmento BADC. *è insiste en la circunferencia* BEC.

6. Sector es una figura contenida de dos semidiametros, y de el arco comprehendido entre ellos: *Como el espacio* ACB. (fig. 13.) *terminado por el arco* AFB. *y los semidiametros* AC. CB.

PROPOSICION I. PROBLEMA.

Hallar el centro de un circulo dado (ADC.) (*fig.* 12.)

TIRESE la recta AC. como quiera, y (p. 10. l. 1.) dividase por medio en B. Al punto B. levantese (p. 11. l. 1.) la perpendicular DE. y dividase por medio en F. Digo, que el punto F. es el centro; y si este no lo es, sealo otro, como G. Tirense las rectas GA. GB. GC.

Demonstracion. En los triangulos ABG. CBG. los lados AB. BG. de el uno son iguales à los lados CB. BG. de el otro, y (def. 15. l. 1.) GA. igual à GC. Luego (p. 8.) los angulos ABG. CBG. son iguales entre sì, y (def. 10. l. 1.) rectos; pero el angulo DBC. tambien es recto: luego el angulo GBC. es igual à el angnlo DBC. la parte à su todo (ax. 9.) no puede ser: luego el centro

no

no puede estàr fuera de la linea DE. ni ser otro, que el punto F. que la divide por mitad.

Corolario.

DE aqui se sigue, que si una recta cortare à otra en dos mitades, y en angulos rectos, el centro de el circulo està en la secante.

PROPOSICION II. THEOREMA.

Si en la circunferencia de el circulo (AEB.) *se tomàn qualesquiera dos puntos* (A. B.) *la linea recta* (AB.) *que los junta cae dentro de el circulo.* (*fig.* 13.)

DE el centro C. tirense las rectas CA. CB. CD.

Demonstracion. En el triangulo Isoceles ACB. los angulos A. y B. sobre la base son (p. 5. l. 1.) iguales; pero el angulo CDA. por externo, es mayor (p. 16. l. 1.) que el angulo interno en B. ò su igual A. Luego (p. 19. l. 1.) CA. es mayor que CD. Luego el punto D. està mas proximo de el centro, que el punto A. y lo mismo se demuestra de otro qualquiera, que no sea A. ò B. Luego la recta AB. cae dentro de el circulo. Que es, &c.

Corolario.

DE aqui se sigue, que la linea tangente toca la circunferencia de el circulo en un solo punto: porque si le tocàra en dos, la parte, que los juntàra, cayera dentro de el circulo.

PROPOSICION III. THEOREMA.

Si una linea recta (CE.) *tirada por el centro* (A.) *de un circulo* (BCD.) *corta por medio otra recta* (BD.) *que no pasa por el centro, harà con ella angulos rectos; y si hace con ella angulos rectos, la corta por medio.* (*fig.* 14.)

DE el centro A. tìrense las rectas AB. AD.

Demonstracion. En los triangulos BFA. DFA. los lados BF. FD. son iguales (por sup.) AF. comun, y la base BA. (def. 15. l. 1.) igual à DA. Luego (p. 8. l. 1.) los angulos BFA. DFA. son iguales, y (def. 10.) rectos: que es lo primero.

2. En dichos triangulos los angulos BFA. DFA. (por sup.) son rectos; los angulos B. y D. tambien (p. 5. l. 1.) iguales, y el lado AB. igual à

DA.

DA. Luego (p. 26. l. 1.) las bases BF. DF. son iguales.

Corolario.

DE aqui se sigue, que en un triangulo Isoceles la recta, que corta la base en dos mitades, la corta en angulos rectos; y al contrario.

PROPOSICION IV. THEOREMA.

Si dos rectas (AB. CD.) *se cortan fuera de el centro* (F.) *de un circulo* (ADB.) *no serà en dos partes iguales.* (*fig.* 15.)

SI se dice se cortan (en E.) en dos partes iguales, tirese de el centro la FE.

Demonstracion. Porque la FE. pasa por el centro, y divide la CD. por medio, serà (p 3.) el angulo FED. recto. Asimismo, porque la FE. divide la AB. por medio, el angulo FEB. serà recto: luego los angulos FED. FEB. (ax. 10.) son iguales la parte à su todo (ax. 9.) no puede ser: luego no se cortan por medio.

Que es, &c.

PROPOSICION V. Y VI. THEOREMAS.

Los circulos (BE. BC.) *que se cortan, ò se tocan interiormente, no tienen un mismo centro.* (*fig.* 16. y 17.)

D*Emonstracion.* Si el punto A. fuera centro de entrambos, los AC. AE. por semidiametros iguales à AB. serian (ax. 1.) iguales entre sì, el todo à su parte (ax. 9.) no puede ser: luego no tienen un mismo centro. Que es, &c.

PROPOSICION VII. THEOREMA.

Si dentro de un circulo se toma el punto (A.) *que no sea el centro, y de èl se tiran rectas à la circunferencia AC. AF. AE. AD.* (*fig.* 18.)

LO primero: *La maxima serà AC. que pasa por el centro.* Porque tirando BF. seràn los lados AB. BF. (p. 20. l. 1.) mayores que AF. pero BF. BC. (def. 15. l. 1.) son iguales: luego AB. BF. esto es, AC. serà mayor que AF.

Lo segundo: *La mas pequeña es AD. residuo de la* AC. Porque tirada BE. seràn los lados

EA.

EA. AB. de el triangulo EAB. mayores (p. 20 l. 1.) que BE. ò que su igual (def. 15. l. 1.) BD. quitese la comun BA. y quedarà AD. menor que AE.

Lo tercero: *La AF. mas cercana à la AC. es mayor que la mas apartada AE.* Porque en los triangulos FBA. EBA. los lados BF. BE. son (def. 15. l. 1.) iguales, y BA. comun; pero el angulo FBA. es mayor que su parte EBA. Luego (p. 24. l. 1.) AF. es mayor que AE.

Lo quarto: *De el punto A. à la circunferencia solo se puede tirar dos rectas iguales.* Porque si se pudieran tirar tres, como AF. AE. AG. tambien podria haver à una misma parte de la AC. ò AD. dos iguales contra lo demonstrado.

PROPOSICION IX. THEOREMA.

Si de un punto tomado dentro de un circulo, se tiran mas que dos rectas iguales à la circunferencia, dicho punto serà el centro.

CONSTA de la Proposicion 7. num. 4.

PROPOSICION X. THEOREMA.

Un circulo no puede cortar à otro en mas, que dos puntos. (fig. 19.)

SI es posible, que el circulo CBD. corte al circulo ABH. en los puntos A. B. D de el punto I. centro de el circulo CBD. tirense las rectas IA. IB. ID. que (def. 15 l. 1.) seràn iguales.

Demonstracion. Porque dentro de el circulo ABH. se ha tomado el punto I. de el qual à su circunferencia salen mas que dos rectas iguales, serà este (p. 9.) centro de dicho circulo; tambien lo es por el supuesto de el circulo CBD. Luego dos circulos, que se cortan, tienen un mismo centro, lo que (p. 5.) no puede ser: luego, &c.

PROPOSICION XI. THEOREMA.

Si dos circulos (AP. AE.) se tocan por dentro, la linea recta, que junta sus centros, alargada, pasarà por el contacto (A.) (fig. 20.)

SI la recta BA. tirada de el centro B. de el circulo AE. al contacto A. no pasa por el centro de el circulo AP. serà su centro otro punto to C. fuera de là linea BA. Tirense por C. las rectas BCE. AC.

Demonstracion. Los lados AC. CB. (p. 20. l. 1.) son mayores que BA. ò que (def. 15. l. 1.) su igual BE. quitese la comun BC. y quedarà CA. ò su igual CP. mayor que CE. lo que (ax. 9.) es imposible: luego el centro del circulo AP. no està fuera de la linea BA. que pasa por el contacto. Que es, &c.

PROPOSICION XII. THEOREMA.

Si dos circulos (CD. CE.) se tocan por fuera (en C.) la linea recta, que junta sus centros, pasarà por el contacto C. (fig. 21.)

SI esto no es asi, sean los centros A. y B. y la recta AB. que los junta, pase por los puntos D. E. tirense al contacto (C.) las rectas AC. CB.

Demonstracion. Porque A. y B. son los centros, las lineas AC. AD. son (def. 15. l. 1.) iguales, y tambien BC. BE. luego el lado AB. serà mayor que los lados AC. CB. lo que (p. 20. l. 1.) no puede ser: luego la linea, que junta los centros, ha de pasar por el contacto. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XIII. THEOREMA.

Un circulo no toca à otro en mas que un punto: sea por dentro, è por defuera.

PORQUE si se tocáran en dos puntos, la recta, que juntàra sus centros (p. 11. y 12.) pasaria por dos puntos diferentes de la circunferencia: lo que es imposible.

PROPOSICION XIV. THEOREMA.

En un circulo iguales lineas rectas distan igualmente de el centro, y las que igualmente distan de el centro, son iguales.

☞ Vease el Corolario de la siguiente.

PROPOSICION XV. THEOREMA.

En qualquier circulo, la mayor linea es el diametro (AB.) y la mas proxima al centro (CD.) mayor que la mas apartada (EF.) (fig. 22.)

TIRENSE de el centro HC. HD. HE. HF.

De-

Demonstracion. En el triangulo CHD. los lados CH. HD. ò sus iguales HA. HB. (esto es, el diametro AB.) son (p. 20. l. 1.) mayores que CD. Asimismo en los triangulos CHD. EHF. el angulo CHD. es mayor que su parte EHF. y los lados, que los comprehenden (def. 15. l. 1.) iguales: luego (p. 24. l. 1.) CD. es mayor que EF. Que es, &c.

Corolario.

DE lo dicho se infiere, que las rectas iguales CD. NO. distan igualmente de el centro H. Porque si una distàra mas que otra (p. 15.) serian desiguales contra lo supuesto. Coligese tambien, que si las rectas CD. NO. distan igualmente de el centro H. son iguales Porque si fueran desiguales, una distàra mas que otra, contra lo supuesto.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

Si de la extremidad de el diametro (AB.) se levanta una perpendicular (AC.) cae toda fuera de el circulo, y solo le toca un punto. (*fig.* 23.)

DE el centro D. à qualquiera punto C. de la perpendicular tirese la recta DC.

De-

Demonstracion. Porque en el triangulo DAC. el angulo A, es recto (por sup.) C, (p. 32. l. 1.) serà agudo: luego (p. 19. l, 1.) CD. es mayor que DA. Luego el punto C, y otro qualquiera punto, que no sea A. por la misma razon cae fuera de el circulo. Que es, &c.

PROPOSICION XVII. PROBLEMA.

De un punto dado fuera de un circulo, tirar à èl una tangente.

☞ Vease el Scholio. 1. despues de la Proposicion 31. donde se resuelve con mas facilidad.

PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

Si una recta (AC.) toca à un circulo, y de el centro (D.) al contacto (A.) se tira una recta (DA.) serà perpendicular à la tangente, (fig. 23.)

* * * * * * * * * * * * * * *

PRO-

PROPOSICION XIX. THEOREMA.

Si una recta (AC.) toca à un circulo, y de el contacto (A.) se levanta una perpendicular (AD.) à la tangente (AC.) el centro de el circulo estarà en la perpendicular. (fig. 23.)

☞ Esta proposicion, y la antecedente constan con evidencia de la 16. por lo que omito sus demonstraciones.

PROPOSICION XX. THEOREMA.

El angulo (BID.) que se forma en el centro de un circulo, es duplo de el (BAD.) que se forma en la circunferencia, quando tienen un mismo arco (BCD.) por base. (fig. 24.)

POR el punto A. y centro I. tirese la recta AIC.

Demonstracion. En el triangulo Isoceles AIB. los angulos en B. y en A. son (p. 5. l. 1.) iguales; pero el angulo externo BIC. (p. 32. l. 1.) es igual à los dos internos en B. y en A. Luego serà duplo de el uno BAI. De el mismo modo se demuestra, que el angulo DIC. es duplo de el DAI. Luego el total BID. es duplo de el total BAD. Que es, &c.

Co-

Corolarios.

1. LA medida de el angulo BAD. formado en la circunferencia es la mitad de el arco BCD. sobre que insiste. Porque dicho angulo BAD. es la mitad de el angulo BID. cuya medida es el arco BCD. Luego su mitad serà medida de el angulo BAD.

2. El angulo BAC. (fig. 25.) formado de la tangente BA. y de la secante AC en el punto de el contacto A. tiene por medida la mitad de el arco AXC. Porque, si por el contacto A. y centro D. se tira la recta ADP. el angulo BAP. serà recto, y su medida la mitad de la circunferencia de el medio circulo AXP. y (por el antecedente) la mitad de el arco PC. es medida de el angulo PAC. Luego el total BAC. tiene por medida la mitad de el arco AXC.

PROPOSICION XXI. THEOREMA.

Los angulos (BAC. BDC.) que estàn en un mismo segmento de circulo, son iguales. (fig.26.)

D*Emonstracion.* Los angulos A. y D. (cor. 1. p. 20.) tienen por medida la mitad de el arco BEC. Luego (def. 9. l. 1.) son iguales.

PRO-

PROPOSICION XXII. THEOREMA.

Los quadrilateros (ABCD.) inscriptos en el circulo tienen sus angulos opuestos (A. y C.) iguales à dos rectos. (fig. 27.)

D*Emonstracion.* El angulo A. tiene por medida (cor. 1. p. 20.) la mitad de el arco BCD. sobre que insiste: Y asimismo el angulo C. tiene por medida la mitad de el arco BAXD. Luego los angulos A. y C. tienen por medida la mitad de la circunferencia de un circulo, que es el valor de dos rectos: luego son iguales à dos rectos. Que es, &c.

PROPOSICION XXV. PROBLEMA.

Acabar un circulo, dada una porcion de èl, (ABC.) (fig. 28.)

TIRENSE qualesquiera dos rectas AB. CB. y dividanse por medio en D. y E. con las perpendiculares DI. EI. (p. 10. y 11. l. 1.) Digo, que el punto I. en que concurren, es el centro, de el qual con intervalo IA. se acabarà el circulo.

Demonstracion. El centro està en las rectas

DI.

DI. EI. (cor. p. 1.) Luego es el punto I. donde concurren. Que es, &c.

Scholio.

DE el mismo modo se describirà un circulo, que pase por tres puntos A. B. C. que no estèn en una recta, ò se circunscribirà à un triangulo ABC. dado, un circulo, que es la p. 5. l. 4.

PROPOSICION XXVI. THEOREMA.

En circulos iguales, iguales angulos (C. y G.) *formados en los centros, ò* (D. y H.) *en las circunferencias, tienen iguales arcos por base.* (*fig.* 29. y 30.)

DEmonstracion. Porque los angulos de el centro C. y G. son iguales, sus medidas, que son los arcos AIB. EKF. seràn iguales. Asimismo, porque los angulos de la circunferencia D. y H. son iguales, sus duplos C. y G. lo serán tambien : (ax. 6.) luego sus medidas AIB. EKF. son iguales. Que es, &c.

PRO-

PROPOSICION XXVII. THEOREMA.

En circulos iguales, los angulos (C. y G.) formados en los centros, ò (D. y H.) en las circunferencias con iguales arcos (AIB. EKF.) por base, son iguales. (fig. 29. y 30.)

D*Emonstracion.* Porque los arcos AIB. EKF. se suponen iguales, y son medida de los angulos de el centro C. y G. seràn estos iguales: Asimismo, porque los angulos de la circunferencia D. y H. son (p. 20.) mitades de los iguales C. y G. seràn (ax. 7.) tambien iguales. Que es, &c.

PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

En circulos iguales à iguales lineas rectas (AB. EF.) corresponden iguales arcos (AIB. EKF.) (fig. 29. y 30.)

TIRENSE de el centro las rectas CA. CB. GE. GF. que (def. 1.) son iguales.

Demonstracion. Los tres lados de el triangulo ACB. son iguales à los tres de el triangulo EGF. Luego los angulos de el centro C. y G. (p. 8. l. 1.) son iguales, y sus medidas AIB. EKF. son iguales. Que es, &c.

PROPOSICION XXIX. THEOREMA.

En circulos iguales à iguales arcos (AIB. EKF.) corresponden iguales rectas (AB. EF.) (fig. 29. y 30)

TIRENSE de el centro las rectas CA. CB. GE. GF. que (def. 1.) son iguales.

Demonstracion. Porque los arcos AIB. EKF. se suponen iguales, los angulos de el centro C. y G. comprehendidos de iguales lados son iguales: luego en los triangnlos ACB. EGF. las bases AB. y EF. (p. 4. l. 1.) son iguales. Que es, &c.

PROPOSICION XXX. PROBLEMA.

Dividir un arco (ABC.) en dos partes iguales. (fig. 31.)

DESE la recta AC. y dividase por medio en D. con la perpendicular BD. (p. 10. y 11. l. 1.) Digo, que esta divide el arco propuesto en dos partes iguales en el punto B. Tirense las rectas AB. BC.

Demonstracion. En los triangulos ADB. CDB. los lados AD. DC. son iguales (por const.) BD. comun, y los angulos en D. rectos: Luego

(p. 4.)

(p. 4.) las bases AB, CB. son iguales, como tambien (p. 28.) los arcos AB. CB. Que es, &c.

PROPOSICION XXXI. THEOREMA.

El angulo (ABD.) formado en el medio circulo, es recto; el (BAD.) formado en el mayor segmento menor que el recto, y el (BCD.) que està en el menor segmento mayor que el recto. (fig. 32.)

D*Emonstracion.* El angulo ABD. es recto, porque (cor. p. 20.) tiene por medida la mitad de la circunferencia de el medio circulo AXD. que es valor de el angulo recto. El angulo A. es agudo: porque tiene por medida la mitad de el arco BCD. menor que el medio circulo, que es valor de el angulo agudo. El angulo BCD. es obtuso: porque tiene por medida la mitad de el arco BAD. mayor que el medio circulo, y medida de el angulo obtuso. Que es, &c.

Scholios.

1. D*E el punto (A.) dado fuera del circulo* (fig. 33.) *tirar à èl una tangente.* De el punto A. à el centro B. tirese la recta AB.

di-

dividase por medio (p. 10. l. 1.) en C. y con la distancia CA. hagase el semicirculo ADB. que cortarà la circunferencia en D. Tirense las rectas AD. DB. Digo, que AD. es tangente à el circulo dado. La razon es: porque el angulo ADB. (p. 31.) es recto, y (p. 16.) la recta AD. es tangente.

2. *Levantar una perpendicular* (fig. 34.) *de un extremo de la recta dada.* (*AD.*)

Tomese qualquier punto C. fuera de la dada, y con la distancia CA. describase un arco, que cortarà la AD. en B. Tirese por el punto B. y centro C. la recta BCE. que cortarà el arco en E. Tirese la EA. y serà la perpendicular, que se pide, por ser el angulo EAB. (p. 31.) recto.

PROPOSICION XXXII. THEOREMA.

Si una linea recta (ABC.) toca à un circulo, y de el contacto (B.) se tira qualquiera recta (BD.) que le corte, los angulos (ABD. CBD.) que hace la tangente con la secante, son iguales á los de los segmentos alternos (E. y F.) (fig. 35.)

D*Emonstracion.* El angulo ABD. tiene por medida la mitad de el arco BFD. (cor. 2.

(cor. 2. p. 20.) la misma tiene el angulo BED. formado en el segmento alterno : (cor. 1. p. 20.) luego son iguales. De el mismo modo se demuestra, que el angulo CBD. es igual al angulo BFD.

☞ Las Proposiciones 33. y 34. se omiten, por no ser menester. Y las tres ultimas 35. 36. y 37. de este Libro se demuestran con facilidad en dos Scholios al fin de las Proposiciones 16. y 17. del libro sexto.

☞ El libro quarto se omite, por ser todo practico.

LIBRO QUINTO.

PORQUE este libro trata de la cantidad en comun, se puede explicar con lineas, letras, y numeros : y por ser estos de mayor claridad, è inteligencia para los principiantes, me valgo de ellos, omitiendo aquellas por mas dificiles.

Algunas proposiciones de este libro son por sì tan manifiestas, que no necesitan de prueba, por lo qual las omitimos, como hacen comunmente los Modernos ; y solo demonstrarèmos con brevedad, las que parecen mas obscuras.

Definiciones.

1. *PARTE es una cantidad menor comparada con otra mayor.* La parte se divide en aliquota, y aliquanta. Parte aliquota es, la que tomada algunas veces, mide perfectamente à su todo. Como 4. es parte aliquota de 8. y 3. de 6. y porque 4. està contenido en el 8. tantas veces, como el 3. en el 6. se dice ser 4. y 3. partes aliquotas semejantes de sus todos 8. y 6. Parte aliquanta es, la que repetida algunas veces no iguala jamàs à su todo. Como 4. respecto de 9. que repetido dos veces es menor que 9. y tres veces, mayor; pero se compone de unidades, que son partes aliquotas de 9.

2. *Multiplice se llama la cantidad mayor respecto de su parte aliquota.* Como 8. es multiplice de 4. y 6. de 3. y porque 8. contiene à el 4. tantas veces, como el 6. al 3. se llaman el 8. y el 6. equimultiplices de sus partes aliquotas semejantes 4. y 3.

3. *Razon es el respecto, ò relacion mutua, que tienen entre sì dos cantidades de un mismo genero.* Como, si se compara una linea de 8. palmos con otra de 4. se dice tener razon du-

pla,

pla, ó que el 8. es doblado de el 4. Mas, porque la razon es la comparacion de una cantidad à otra, la primera, que se compara, se llama antecedente; y la segunda, à quien se compara, se llama consequente.

Dividese la razon en racional, è irracional, razon racional es, la que se puede explicar con numeros. Como la que hay entre cantidades commensurables. Razon irracional es, la que no se puede declarar con numeros. Como la que hay entre cantidades incommensurables.

Dividese, lo segundo, la razon, en igual, y desigual. Razon igual es, quando el antecedente es igual al consequente. Razon desigual es, quando el antecedente es mayor, ò menor, que el consequente.

4. *Razones iguales son aquellas, cuyos antecedentes de la misma manera contienen, ò estàn contenidos de sus consequentes.* Como la razon de 8. à 4. es la misma, igual, ò semejante à la razon de 6. à 3. Porque asi como el 8. incluye dos veces al 4. asi el 6. incluye dos veces al 3. Tambien la razon de 6. à 4. es la misma que la de 3. à 2. Porque asi como el 6. incluye al 4. una vez y media, asi el 3. incluye al 2. una vez y media.

5. *Dos razones son desiguales, ò desemejan-*

tes, ò una razon es mayor que otra, quando el antecedente de una mas contiene à su consequente, que el antecedente de la otra contiene à su consequente, ò quando el antecedente de la una està contenido menos en su consequente, que el antecedente de la otra en su consequente. Como la razon de 8. à 2. es mayor que la de 6. à 3. Porque el 8. contiene mas veces al 2. que el 6. al 3. y la razon de 3. à 6. es mayor que la de 2. à 8. Porque el 3. està contenido menos en el 6. que 2. en el 8.

6. *Proporcion es la semejanza, ò igualdad de dos razones: llamase en Griego Analogia.* Y asi, porque la razon de 4. à 2. es semejante, ò igual à la razon de 6. à 3. esta semejanza de razones se llama proporcion, y los terminos 4. 2. 6. 3. que componen la proporcion, se llaman proporcionales: de los quales los antecedentes 4. y 6. se dicen homologos, ò semejantes, y tambien los consequentes 2. y 3.

Dividese la proporcion en continua, y discreta. Continua es, quando el primer termino al segundo tiene la misma razon, que el segundo al tercero, y que el tercero al quarto, &c. y los terminos, que la componen, se llaman continuos pro-

proporcionales. Como 16. 8. 4. 2. 1. Proporcion discreta es, quando los terminos, que la componen, no son continuos. Como si comparamos 12. à 6. asi 8. à 4.

7. *Razon compuesta es, la que se compone de otras qualesquiera razones*. Como, si se dan las cantidades 24. 12. 4. 1. La razon de la primera 24. à la ultima 1. es compuesta de las tres razones intermedias de 24. à 12. de 12. à 4. de 4. à 1. y esta razon compuesta se produce, multiplicando los exponentes, ò denominadores de las razones. Como en el exemplo propuesto 24. es duplo de 12. su exponente es 2. 12. es triplo de 4. su exponente es 3. y 4. es quadruplo de 1. su exponente es 4.

Multiplicando los exponentes 2. 3. 4. unos por otros, el producto 24. explica la razon compuesta, que la primera 24. tiene à la ultima 1. esto es, que la primera contiene à la ultima 24. veces. De donde se sigue, que las razones compuestas de iguales razones, son iguales.

8. *Razon duplicada es, la que se compone de dos razones iguales: triplicada, la que de tres iguales: y quadruplicada la que de 4. &c.* Por lo qual, si se dan algunas cantidades continuas proporcionales 8. 4. 2. 1. la primera á la tercera tiene la razon duplicada

de

de la primera á la segunda : y la primera à la quarta tiene la razon triplicada de la primera à la segunda : y asi en adelante.

Los Autores modernos omiten comunmente las 6. primeras Proposiciones de este Libro por superfluas.

PROPOSICION VII. THEOREMA.

Las cantidades iguales (8. 8.) *tienen una misma razon à otra tercera* (4.) *y la tercera* (4.) *tiene una misma razon à dos iguales* (8. 8.)

☞ Consta de la definicion 4.

PROPOSICION VIII. THEOREMA.

De dos cantidades desiguales (8. 4.) *la mayor* (8.) *tiene mayor razon à otra tercera* (2.) *que la menor* (4.) *y la tercera cantidad* (2.) *tiene menor razon à la mayor* (8.) *que à la menor* (4.)

☞ Infierese de la definicion 5.

PRO-

PROPOSICION IX. THEOREMA.

Las cantidades, que tienen una misma razon à una tercera cantidad, son iguales entre sì; y si una cantidad tiene la misma razon à algunas cantidades, estas son iguales entre sì.

☞ Coligese de la propos. 7. de quien es inversa.

PROPOSICION X. THEOREMA.

De dos cantidades, la que à otra tercera tiene mayor razon, es mayor; y de estas dos mismas cantidades, à quien la tercera tuviere menor razon, es mayor.

☞ Infierese de la propos. 8.

PROPOSICION XI. THEOREMA.

Las razones, que son iguales à otra tercera razon, son iguales entre sì.

8. 4. 6. 3.
10. 5.

LA misma razon dupla tiene 8. à 4. que 10. à 5. Y asimismo 6. à 3. tiene la misma razon dupla, que 10. à 5. Luego (def. 4.) 8. à 4. es como 6. à 3.

PRO-

PROPOSICION XII. THEOREMA.

Si algunas cantidades (9. 3. 6. 2.) fueren proporcionales, la misma razon tiene un antecedente à su consequente, que todos los antecedentes juntos à todos los consequentes juntos.

9.	3.
6.	2.
15.	5.

PORQUE cada uno de los antecedentes 9. y 6. es triplo de los consequentes 3. y 2. los antecedentes 9. y 6. juntos 15. seràn triplos de los consequentes 3. y 2. junto. 5.

Corolario.

COLIGESE de lo dicho, que si à 9. y 3. se añaden partes semejantes 6. y 2. los todos 15. y 5. tiene la misma razon, que 9. à 3. ò que 6. à 2. y al contrario: si de los todos 15. y 5. se quitan partes semejantes 6. y 2. los residuos 9. y 3. retienen la misma razon, que 15. à 5.

***

PRO-

PROPOSICION XIV. THEOREMA.

Si la primer cantidad à la segunda tiene la misma razon, que la tercera à la quarta, y la primera es mayor que la tercera, tambien la segunda es mayor que la quarta; y si igual, igual; y si menor, menor, &c.

☞ Consta de la definicion 4.

PROPOSICION XV. THEOREMA.

Los equimultiplices (8. y 6.) y sus partes aliquotas semejantes (4. y 3.) tienen una misma razon.

8. 6.

4. 3.

ES manifiesto: porque los equimultiplices 8. y 6. (def. 2.) contienen à sus partes semejantes 4. y 3. igual numero de veces: luego (p. 12.) 8. à 6. tiene la misma razon, que 4. à 3.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

Si quatro cantidades (8.4.6.3.) *son proporcionales*, *alternando* (esto es, comparando el primer termino con el tercero, y el segundo con el quarto) *seràn tambien proporcionales* (8. à 6. como 4. à 3.)

8. 4. 6. 3.
8. 6. 4. 3.

POR ser 8. à 4. como 6. à 3. seràn 4. y 3. partes semejantes (def. 1.) de los todos 8. y 6. luego (p. 15.) tendràn los todos 8. y 6. la misma razon, que sus partes semejantes 4. y 3. y asi son proporcionales 8. à 6. como 4. à 3.

Scholio.

SI 8. à 4. es como 6. à 3. invirtiendo, esto es, comparando el segundo con el primero, y el quarto con el tercero, seràn tambien proporcionales 4. à 8. como 3. à 6. Es evidente:

8. 4. 6. 3.
4. 8. 3. 6.

porque si 8. contiene à 4. como 6. à 3. 4. serà contenido en 8, como 3. en 6. luego (def. 6.) seràn proporcionales. 4. à 8. como 3. à 6.

PRO-

PROPOSICION XVII. THEOREMA.

Si quatro cantidades (12. 4. 9. 3.) *son proporcionales, tambien dividiendo* (esto es, comparando el exceso de el antecedente sobre el consequente al mismo consequente) *seràn proporcionales* (8. 4. 6. 3.)

12.	4.	9.	3.
8.	6.	4.	3.
8.	4.	6.	3.

PORQUE, si à los antecedentes 12. y 9. se quitan partes semejantes 4. y 3. los residuos 8. y 6. tienen entre sì (cor. p. 12.) la misma razon, que sus todos 12. y 9. ó que sus partes semejantes 4. y 3. luego son proporcionales 8. à 6. como 4. à 3. y (p. 16.) alternando 8. à 4. es como 6. á 3.

PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

Si quatro cantidades (8. 4. 6. 3.) *son proporcionales, componiendo* (esto es, comparando la suma de el antecedente, y consequente al mismo consequente) *seràn tambien proporcionales* (12. à 4. como 9. à 3.)

8.	4.	6.	3.
12.	9.	4.	3.
12.	4.	9.	3,

POR-

PORQUE, si à 8. y 6. se añaden partes semejantes 4. y 3. los todos 12. y 9. conservan entre sì (cor. p. 12.) la misma razon, que sus partes 8. y 6. ò 4. y 3. luego 12. es à 9. como 4. à 3. y (p. 16.) alternando 12. à 4. como 9. à 3.

PROPOSICION XIX. THEOREMA.

Si el todo (12.) al todo (6.) es como la parte (4.) à la parte (2.) tambien el residuo (8.) al residuo (4.) es como el todo al todo.

☞ Consta de la propos. 12. Vease su Corolario.

Scholio.

SI 12. 4. 9. 3. son proporcionales, convirtiendo (esto es, comparando el antecedente à el exceso, con que sobrepuja à el consequente) seràn tambien proporcionales 12. 8. 9. 6.

Por-

Porque (p. 19.) si de los todos 12. y 9. se quitan partes semejantes 4. y 3. los todos 12. y 9. seràn como los residuos 8. y 6. y alternando (p. 16.) 12. à 8. como 9. à 6.

12.	4.	9.	3.
12.	9.	8.	6.
12.	8.	9.	6.

PROPOSICION XXII. THEOREMA.

Si hay tres, ò mas cantidades de una parte (como 12.6.2.) *y otras tantas de otra* (18.9.3.) *y estàn en proporcion ordenada* (esto es, que 12. à 6. sea como 18. à 9. y 6. à 2. como 9. à 3.) *tambien arguyendo por igualdad de razon* (esto es, comparando los extremos, dexando los medios) *seràn proporcionales* (12. à 2. como 18. à 3.)

12.	6.	2.
18.	9.	3.

PORQUE las razones de 12. à 6. y de 6. à 2. son iguales à las de 18. à 9. y de 9. à 3. la razon compuesta de 12. à 2. serà igual à la razon compuesta de 18. à 3. (def. 7.) luego son proporcionales 12. à 2. como 18. à 3.

PROPOSICION XXIII. THEOREMA.

Si tres cantidades de una parte (12. 6. 3.) *y otras tantas de otra* (8. 4. 2.) *estàn en proporcion perturbada* (esto es, que como 12. à 6. asi 4. à 2. y como 6. à 3. asi 8. à 4.) *tambien arguyendo por igualdad de razon serà* (12. à 3. como 8. à 2.)

12. 6. 3.
8. 4. 2.

☞ Demuestrase como la antecedente.

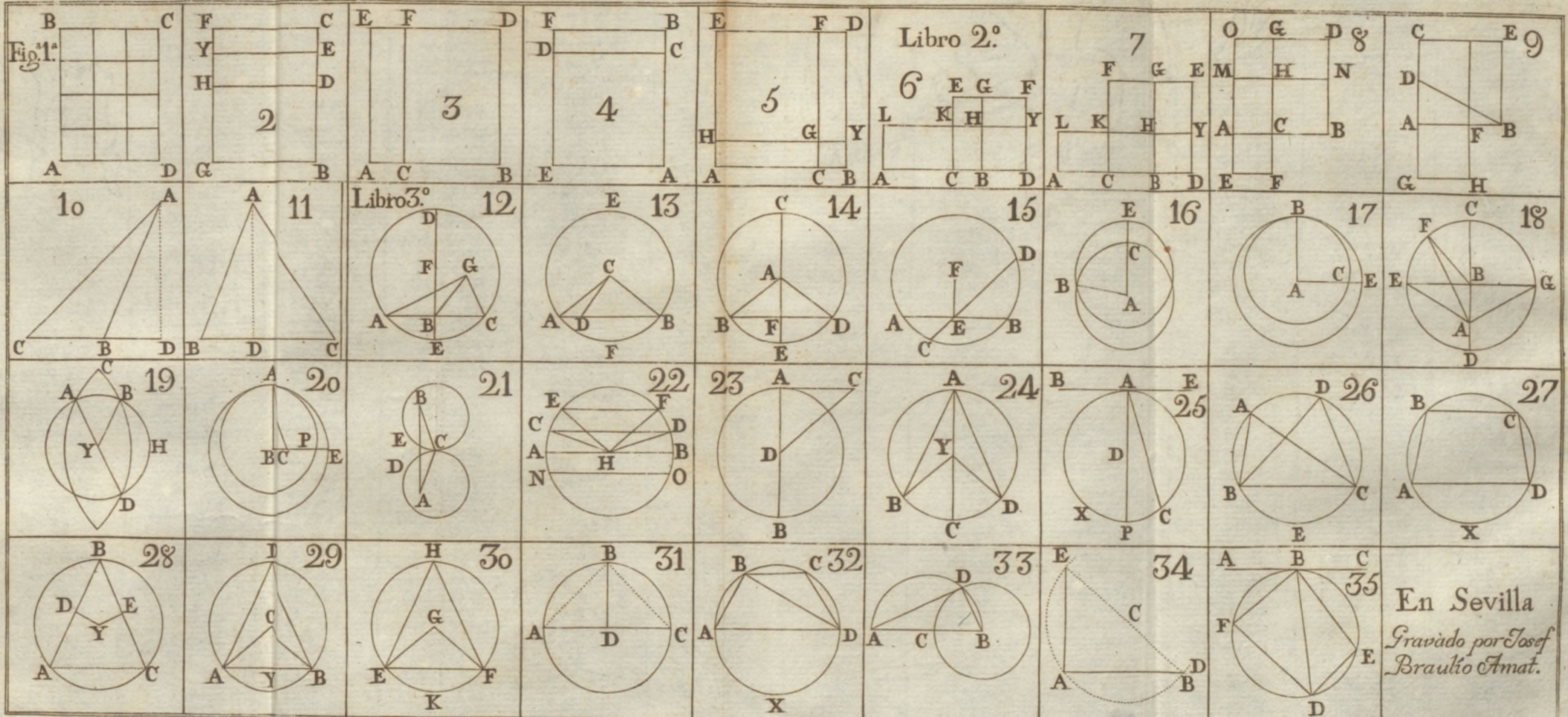


Fig.1.ª
Libro 2.º
Libro 3.º
En Sevilla
Gravado por Josef Braulio Amat.

LIBRO SEXTO.

Definiciones.

1. *SEMEJANTES figuras rectilineas son las que tienen angulos correspondientes iguales, y proporcionales los lados, que comprehenden iguales angulos.*

Como los triangulos BAC. EDF. (fig. 14.) seràn semejantes, si el angulo A. es igual al angulo D. y el angulo C. à el angulo F. y el B. à el E. y los lados proporcionales BA. à AC. como ED. à DF. y como AC. à CB. asi DF. à FE. y CB. à BA. como FE. à ED. y lo mismo en las demàs figuras.

2. *Figuras reciprocas son, aquellas, cuyos lados al rededor de iguales angulos, de tal manera son proporcionales, que el primero, y quarto termino se hallan en la una, y el segundo, y tercero en la otra.* Como si en los Paralelogrammos (fig. 9.) AB. CD. el lado AE. fuere à el ED. como el CE. à el EB. se llaman reciprocos.

3. *Una linea recta està dividida, segun la extrema, y media razon, quando toda la linea*

al

al mayor segmento tiene la misma razon, que este al menor.

4. *La altura de qualquiera figura es la perpendicular, tirada de el vertice à la base; caiga dentro de dicha figura, ò fuera prolongada la base.* Como la altura de el triangulo ABC. (fig. 4.) es la perpendicular AD. y dicho triangulo estarà, ò podrà estàr entre las mismas paralelas, que otro de igual altura.

PROPOSICION I. THEOREMA.

Los triangulos (BAC. DAC.) y los Paralelogrammos (CG. CE.) que tienen igual altura, tienen la misma razon, que sus bases (BC. DC.) (fig. 1.)

SEA por exemplo BC. doble de DC. y serà BD. igual à DC.

Demonstracion. Los triangulos BAD. DAC. sobre iguales bases, y entre unas mismas paralelas son (p. 38. l. 1.) iguales: luego el triangulo total BAC. incluye dos veces al triangulo DAC. Asimismo la base BC. incluye dos veces à la base DC. Luego (def. 4. l. 5.) el triangulo BAC. al triangulo DAC. es como la base BC. à la base DC.

Asi-

Asimismo los Paralelogrammos CG. CE. por ser (p. 41. l. 1.) duplos de los triangulos BAC. DAC. tendràn (p. 15. l. 5.) la misma razon que los triangulos: esto es (por lo demonstrado) que sus bases BC. DC. Lo que se dice de la razon dupla, se entiende de la tripla, quadrupla, &c.

PROPOSICION II. THEOREMA.

Si en un triangulo (ABC.) se tira una recta (DF.) paralela à un lado (AC.) cortarà los otros dos (AB. BC.) proporcionalmente (esto es, AD. à DB. como CF. à FB.) *y al contrario.* (*fig.* 2.)

TIRENSE las rectas AF. CD.

Demonstracion. Los triangulos ADF. CFD. (p. 37. l. 1.) son iguales, y (p. 7. l. 5.) tendràn la misma razon al triangulo DBF. pero el triangulo ADF. à el DFB. es (p. 1.) como la base AD. à la DB. y el triangulo CFD. al triangulo FDB. es como la base CF. à la FB. Luego (p. 11. l. 5.) AD. à DB. es como CF. à FB.

Al contrario. Sea AD. à DB. como CF. à FB. Digo, que DF. es paralela à AC.

Demonstracion. Los triangulos ADF. DFB.

tienen (p. 1.) la razon, que sus bases AD. DB. Asimismo los triangulos CDF. FDB. tienen la razon, que sus bases CF. FB. Pero (por sup.) AD. à DB. es como CF. à FB. Luego (p. 11. l. 5.) el triangulo DBF. tiene la misma razon al triangulo AFD. que à el triangulo CDF. Luego (p. . . 5.) estos son iguales, y (p. 39. l. 1.) DF. es paralela à AC. Que es, &c.

PROPOSICION IV. THEOREMA.

En los triangulos equiangulos (ABC. MNO.) los lados, que comprehenden iguales angulos (B. y N.) son proporcionales. (fig. 3.)

CORTENSE BE. BD. iguales à NO. NM. y tirese la recta DE. y porque los angulos B. y N. se suponen iguales, los triangulos DBE. MNO. (p. 4. l. 1.) son totalmente iguales.

Demonstracion. Porque los triangulos ABC. DBE. ò su igual MNO. son equiangulos, las rectas DE. AC. seràn (p. 28. l. 1.) paralelas: luego (p. 2.) AD. à DB. es como CE. à EB. Y componiendo (p. 18. l. 5.) AB. á BD. es como CB. à EB. Luego alternando (p. 16. l. 5.) AB. à BC. es como DB. à BE.

Lo mismo se demuestra de los demàs lados, que comprehenden iguales angulos.

Co-

Corolarios.

1. DE lo dicho se sigue, que si en un triangulo ABC. à qualquier lado AC. se tira una paralela DE. esta cortarà un triangulo DBE. semejante à el total ABC.

2. Si de el punto B. se tira la recta BG. cortarà las paralelas DE. AC. proporcionalmente. Porque (cor. 1. p. 4.) AG. à DF. es como GB. à FB. Y como GC. à FE. asi GB. à FB. Luego (p. 11. l. 5.) AG. à DF. es como GC. à FE. Y alternando (p. 16. l. 5.) AG. á GC. es como DF. à FE.

PROPOSICION V. THEOREMA.

Si dos triangulos tienen lados proporcionales, son equiangulos, y los angulos, que se oponen à los lados homologos, son iguales entre sì.

ESTA proposicion consta con evidencia de la antecedente, de quien es inversa, por lo que omito su demonstracion.

*** *** ***
*** ***
***

PROPOSICION VI. THEOREMA.

Si dos triangulos tienen lados proporcionales al rededor de iguales angulos, seràn equiangulos. (fig. 3.)

SEAN los triangulos ABC DBE. que tengan el angulo comun B. que es lo mismo, que tenerlos iguales, y los lados AB. BC. proporcionales à DB. BE. Digo, que son equiangulos.

Demonstracion. Porque AB. à BC. es (por sup.) como DB. à BE. alternando (p. 16. l. 5.) AB. à DB. es como CB. à EB Y dividiendo (p. 18. l. 5.) serà AD. à DB. como CE. à EB. Luego (p. 2.) DE. es paralela à AC. y el triangulo DBE. (cor. 1. p. 4.) equiangulo à ABC. Que es, &c.

PROPOSICION VIII. THEOREMA.

En el triangulo rectangulo (CAB.) la perpendicular (AD.) desde el angulo recto à su lado opuesto, hace dos triangulos (CDA. ADB) semejantes à el total (CAB.) y entre sì. (fig. 4.)

* * * * * * *

Demonstracion. Los triangulos CAB. CDA. tienen el angulo comun C. y los angulos CAB. CDA.

CDA. rectos: luego (p. 32. l. 1.) son equiangulos.

De el mismo modo se demuestra, que los triangulos BAC. BDA. son equiangulos: luego todos son equiangulos, y (p. 4.) semejantes. Que es, &c.

Corolarios.

1. LA perpendicular AD. es media proporcional entre CD. y DB. porque, siendo los triangulos CDA. ADB. semejantes, serà (p. 4.) CD. à DA. como AD. à DB.
2. Qualquier lado, de los que comprehenden el angulo recto, como AC. es medio proporcional entre la base CB. y el segmento adjacente CD. Porque siendo los triangulos CAB CDA. semejantes, serà (p. 4) como BC. à CA. (en el triangulo CAB.) asi AC. à CD. en el triangulo CDA.)

PROPOSICION IX. PROBLEMA.

De una recta dada (AB.) cortar la tercera parte, ù otra qualquiera. (fig. 5.)

TIRESE de el extremo A. qualquiera recta AD. y tomense en ella à discrecion tres par-

partes iguales AE. EF. FD. tirese la recta DB. y de el punto E. la EC. paralela à DB. Digo, que AC. es la tercera parte de AB.

Demonstracion. Porque CE. es paralela à DB. serà (p. 2.) DE. à EA. como BC à CA. Y componiendo (p. 18. l, 5.) DA. à EA. como BA. à CA. Pero AE. es tercia parte de AD. Luego AC. lo serà de AB. Que es, &c.

PROPOSICION X. PROBLEMA.

Dividir una recta (AB.) segun estuviere otra (AC. en E.) (fig. 6.)

TIRESE la recta BC. y por el punto E. la ED. paralela à CB. Digo, que la AB. queda dividida en D. como se pide.

Demonstracion. Porque ED. es paralela à CB. serà (p. 2.) AD. à DB. como AE. à EC. Luego, &c.

Scholio. Fig. 7.

PARA dividir la recta AB. en partes iguales, por exemplo, en tres, tirese de el extremo A. la recta AC, como quiera, y por el extremo B. la BD. paralela à la AC. Tomense en AC. desde A. dos partes iguales AE. EC. y en la

recta

recta BD. desde B. las BF. FD. con el mismo intervalo. Tirense las rectas ED. CF. que (p 33. l. 1.) seràn paralelas, y dividiràn à la AB. en G. H. en tres partes iguales, por ser (p 10.) semejantes à las partes iguales de las AC. y BD.

PROPOSICION XI. PROBLEMA.

A dos rectas dadas (AD. DB.) hallar una tercera proporcional. (fig. 6.)

TIRESE como quiera la recta AC. y tomese AE. igual à DB. tirese la recta DE. y paralela à ella la BC. Digo, que EC. es la tercera proporcional.

Demonstracion. Porque BC. es paralela à DE. serà (p. 2.) AD. à DB. como AE. ò su igual BD. à EC. Luego, &c,

PROPOSICION XII. PROBLEMA.

A tres rectas dadas (AD. DB. AE.) hallar la quarta proporcional. (fig. 6.)

TIRESE la recta DE. y paralela à ella la BC. y alarguese la AE. hasta, que concurra con la BC. Digo que la EC. es la quarta proporcional, que se pide.

De-

Demonstracion. Porque BC. es paralela à DE. serà (p. 2.) AD. à DB. como AE. à EC. Luego, &c.

PROPOSICION XIII. PROBLEMA.

Entre dos rectas dadas (AB. BC.) hallar una media proporcional. (*fig.* 8.)

DIVIDASE la compuesta AC. por medio en X. y de el punto X. con la distancia XA. describase el semicirculo AEC. De el punto B. levantese (p. 11. l. 1.) la perpendicular BE. Digo, que esta es la media proporcional. Tirense las rectas AE. EC.

Demonstracion. El angulo AEC. formado en el medio circulo (p. 31. l. 3.) es recto: luego (cor. 1. p. 8.) BE. es media proporcional entre AB. y BC. Que es, &c.

PROPOSICION XIV. THEOREMA.

Los Paralelogrammos iguales (AB. CD.) que tienen un angulo igual à un angulo, tienen reciprocos los lados, que comprehenden dichos angulos; y al contrario. (*fig.* 9.)

JUNTENSE los Paralelogrammos por los angulos iguales, de suerte, que AED. sea

una

una linea recta, y necesariamente lo serà CEB. (p. 15. l. 1.) Acabese el Paralelogrammo BD.

Demonstracion. Porque los Paralelogrammos AB. CD. son iguales, tendràn (p. 7. l. 5.) una misma razon à el Paralelogrammo BD. Pero (p. 1.) el Paralelogrammo AB al BD. es como la base AE. à ED. Y el Paralelogrammo CD. à el DB. es como la base CE. à EB. Luego (p. 11. l. 5.) AE. à ED. es como CE. à EB.

Al contrario. Sea AE. à ED. como CE. à EB. Digo, que los Paralelogrammos AB. CD. son iguales.

Demonstracion.. El Paralelogrammo AB. à el BD. (p. 1.) es como la base AE. à ED. Asimismo el Paralelogrammo CD. à el DB. es como la base CE. à EB. Y como se suponga AE. à ED. como CE. à EB. serà (p. 11. l. 5.) el Paralelogrammo AB. à BD. (como el Paralelogrammo CD. al BD.) Luego (p. 9. l. 5) los Paralelogrammos AB. CD. son iguales.

PRO-

PROPOSICION XV. THEOREMA.

Los triangulos iguales, que tienen un angulo igual à un angulo, tienen reciprocos los lados, que los comprehenden, y al contrario.

CONSTA de la antecedente. Porque tiradas las diagonales AB. BD. DC. (fig. 9.) se harà la misma demonstracion de los triangulos, que se hizo de los Paralelogrammos.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

Si quatro rectas (AE. ED. CE. EB.) son proporcionales, el rectangulo (AB.) hecho de las extremas, es igual al rectangulo (CD.) hecho de las medias; y al contrario. (fig. 9.)

DEmonstracion. Porque los angulos en E. son rectos, y los lados, que los comprehenden son reciprocos: esto es, AE. à ED. como CE. à EB. los rectangulos AB. CD. son (p. 14.) iguales.

Al contrario. Si los rectangulos AB. CD. son iguales, tendrán sus lados reciprocos (p. 14.) y serà AE. à ED. como CE. à EB. Que es, &c.

Scho-

Scholio. Fig. 10.

SI dos reĉtas EC. DB. se cortan en un circulo, el reĉtangulo EAC. hecho de los segmentos de la una, es igual al DAB. de los segmentos de la otra. Tirense las reĉtas EB. DC.

Demonstracion. Los triangulos EAB. DAC. tienen los angulos en A. (p. 15. l. 1.) iguales: Tambien los angulos B. y C. que insisten sobre el arco ED. son (p. 21. l. 3) iguales: Luego dichos triangulos EAB. DAC son equiangulos, y (p. 4.) sus lados son proporcionales, como EA. à AB. asi DA. à AC. Luego (p. 16.) el reĉtangulo de los extremos EA. AC. es igual al de los medios BA. AD. *Es la proposicion* 35. lib. 3.

PROPOSICION XVII. THEOREMA.

Si tres reĉtas (AB. CD. EF.) son proporcionales, el reĉtangulo de las extremas (AB. EF.) serà igual al quadrado de la media (CD.) y al contrario. (fig. 11.)

TOMESE GH. igual à CD.

Demonstracion. Porque AB. à CD. es como CD.

CD. ò su igual GH. (p. 7. l. 5.) à EF. serà el rectangulo de las extremas (p. 16.) AB. EF. igual al rectangulo de las medias CD. GH. que (def. 27. l. 1.) es quadrado; y al contrario.

Scholio. Fig. 12.

1. SI de un punto B. fuera de el circulo se tira una recta BC. que toque à el circulo en C. y otra BD. que le corte en A. el quadrado de la tangente BC es igual al rectangulo hecho de toda la secante BD. y de el segmento externo BA. Tirense las rectas DC. AC.

Demonstracion. Los triangulos BCA. BDC. tienen el angulo B. comun, y los angulos BCA. y D. (p. 32. l. 3.) iguales: luego (p. 32. l. 1.) son equiangulos, y (p. 4.) son proporcionales BD. à BC. en el triangulo DBC. como BC. à BA. en el triangulo CBA. Luego (p 17.) el rectangulo de las extremas BD. BA. es igual al quadrado de la media BC. *Es la prop.* 36. *lib.* 3. *Euclid.*

2. Si el rectangulo hecho de la recta BD. que corta à el circulo, y de el segmento externo BA. fuere igual à el quadrado de la BC. que llega à el circulo, esta linea serà tangente. *Es*

la

la prop. 37. *lib.* 3. *de Euclid.* Y se infiere de el Scholio precedente, de quien es inversa.

PROPOSICION XVIII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada (*AB.*) *describir un rectilineo semejante à uno dado* (*CD.*) (*fig.* 13.)

DIVIDASE el rectilineo dado en triangulos con la recta DC. y hagase el angulo BAG. igual al FCD. (p 23. l. 1.) y el angulo B. igual à el angulo F. y seràn los triangulos ABG. CFD. (p. 32. l. 1.) equiangulos. Hagase sobre la recta AG. de el mismo modo el triangulo HGA. equiangulo al triangulo EDC. Digo, que el rectilineo AG. es semejante al dado CD.

Demonstracion. Porque los triangulos, que son parte de los rectilineos, son equiangulos, los rectilineos lo seràn tambien. Y en los triangulos HAG. ECD. (p. 4.) HA. à AG. es como EC. à CD. Asimismo en los triangulos ABG. CFD. GA. à AB. es como DC. à CF. Luego (p. 22. l. 5.) HA. à AB. es como EC. à CF. y asimismo los demàs lados: Luego el rectilineo AG. es (def. 1.) semejante à CD.

Que es, &c.

PROPOSICION XIX. THEOREMA.

Los triangulos semejantes (BAC. EDF.) tienen duplicada razon de sus lados homologos (BC. EF.) (fig. 14.)

HALLESE à los lados BC. EF. (p. 11.) la tercera proporcional BG. y tirese la AG.

Demonstracion. Porque los triangulos BAC. EDF. son semejantes, serà (p 4.) AB. à DE. como BC. à EF. Pero como BC. à EF. asi es (por const.) EF. à BG. Luego (p. 11. l. 5.) como AB. à DE. asi es EF. à BG. Luego los triangulos ABG DEF. son iguales. (p. 15.) por tener los lados reciprocos cerca de angulos iguales B. y E. Luego (p. 7. l. 5.) tiene la misma razon al triangulo ABC. Pero el triangulo ABC. à el ABG. es como la base BC. (p. 1.) à la base BG. y esta (def. 8. l. 5.) es duplicada de la que tiene BC. à EF. Luego el triangulo BAC. al triangulo EDF. tiene razon duplicada de BC. à EF. Que es, &c.

Corolario.

DE aqui se sigue, que dadas tres rectas continuas proporcionales, serà como la primera ra linea à la tercera, asi el triangulo descripto sobre la primera, al triangulo semejante descripto sobre la segunda: como està demonstrado.

PROPOSICION XX. THEOREMA.

Semejantes figuras rectilineas (AG. CD) se dividen en igual numero de triangulos semejantes, proporcionales à sus todos: y los rectilineos tienen duplicada razon de sus lados homologos. (*fig.* 13.)

TIrense las rectas GA. DC. y quedaràn divididos en igual numero de triangulos.

Digo lo primero, que los triangulos son semejantes.

Demonstracion. Porque los rectilineos se suponen semejantes (def. 1.) tendràn los angulos correspondientes H. y E. iguales, y GH. será à HA. como DE. à EC. Luego (p. 6.) los triangulos GHA. DEC. son semejantes. De el mismo modo se demuestra que lo son ABG. CFD.

Digo lo segundo, que dichos triangulos son proporcionales con sus todos: esto es, que como el triangulo GHA. à su correspondiente DEC. asi el rectilineo AG. al rectilineo CD.

De-

Demonstracion. Por ser los triangulos GHA. DEC. semejantes, tendràn duplicada razon de sus lados homologos GA. DC. (p. 19.) Y por la misma los triangulos ABG. CFD. tendràn razon duplicada de los mismos lados GA. DC. Luego el triangulo GHA. al triangulo DEC. tiene la misma razon, que el triangulo ABG. al triangulo CFD. Y (p. 12. l. 5.) el triangulo GHA. al triangulo DEC. es como el rectilineo AG. al rectilineo CD.

Digo lo tercero, que los rectilineos tienen duplicada la razon de sus lados homologos.

Demonstracion. El triangulo GHA. à el DEC. (como se ha demonstrado) tiene la misma razon, que el rectilineo AG. al rectilineo CD. Pero el triangulo GHA. à el DEC. tiene razon duplicada de sus lados homologos HG. ED. Luego tambien los rectilineos. Que es, &c.

Corolario.

DE aqui se sigue, que dadas tres rectas continuas proporcionales, serà como la primera à la tercera, asi el rectilineo descripto sobre la primera à el rectilineo semejante descripto sobre la segunda.

PRO-

PROPOSICION XXI. THEOREMA.

Los rectilineos, que son semejantes à un tercero, son semejantes entre sì.

☞ Consta de la p. 11. l. 5. y de el ax. 1.

PROPOSICION XXII. THEOREMA.

Si quatro rectas (AB. CD. GH. KI.) son proporcionales, los rectilineos semejantes (E. F. L. M.) descriptos sobre ellas, seràn proporcionales. Y si estos fueren proporcionales, tambien lo seràn las lineas. (fig. 15.)

D*Emonstracion.* El rectilineo E. al rectilineo F. tiene (p. 19.) razon duplicada de AB. à CD. Asimismo el rectilineo L. à M. tiene razon duplicada de GH. à KI. Pero la razon de AB. à CD. es (por sup.) igual à la de GH. à KI. Luego (p. 11. l. 5.) el rectilineo E. à F. tiene la misma razon que L. à M.

Al contrario. Sea el rectilineo E. à F. como L. à M. Digo, que AB. à CD. es como GH. à KI.

Demonstracion. El rectilineo E. à F. tiene (p. 19.) razon duplicada de AB. à CD. Asimismo mo el rectilineo L. à M. tiene razon duplicada de GH. à KI. Pero E. à F. es como L. à M. (por sup.) luego (p. 11. l. 5.) AB. à CD. es como GH. á KI. Que es, &c.

PROPOSICION XXIII. THEOREMA.

Los Paralelogrammos equiangulos (AB. CD.) tienen la razon compuesta de los lados, que forman iguales angulos. (fig. 9.)

JUNTENSE los Paralelogrammos por los angulos iguales E. de suerte, que AED. CEB. formen lineas rectas, y acabese el Paralelogrammo BD.

Demonstracion. El Paralelogrammo AB. al BD. es (p. 1.) como la base AE. à la ED. Y asimismo el BD. al DC. es como la base BE. à la EC. Pero la razon de AE. à EC. (def. 7. l. 5.) es compuesta de las razones intermedias de AE. à ED. y de BE. à EC. Luego tambien la razon de el Paralelogrammo AB. al DC. se compone de las razones de AE. à ED. y de BE. à EC. Que es, &c.

Co-

Corolario.

INfierese de lo demonstrado, que los triangulos, que tienen un angulo igual, tienen razon compuesta de los lados, que los forman. Porque tiradas las diagonales AB CD. se probarà de los triangulos lo mismo, que de los Paralelogrammos.

PROPOSICION XXX. THEOREMA.

Dividir una recta dada (BA.) en media, y extrema razon. (fig. 9. Lam. 2.)

DIvidase la recta BA. en F. (p. 11. l. 2.) de suerte, que el rectangulo de toda la BA. y de el segmento FB. sea igual al quadrado de AF. y serà (p. 17.) la BA. à AF. como AF. à FB. Que es, &c.

PROPOSICION XXXI. THEOREMA.

Si de los lados de un triangulo rectangulo (BAC.) se describen qualesquiera figuras semejantes (F. E D.) la que se forma de el lado (BC.) opuesto à el angulo recto, es igual à las otras dos juntas. (fig. 16.)

D*Emonstracion.* Porque los rectilineos D.E. F. son semejantes, tienen entre sì (p. 20.)

 la

la razon duplicada de sus lados BC. CA. AB. Pero los quadrados de los mismos lados tienen tambien la razon duplicada de ellos: luego los rectilineos D. E. F. tienen entre sì la misma razon, que los quadrados: y teniendo los de BA. AC. juntos razon de igualdad con el de BC. (p. 47. l. 1) se sigue, que el rectilineo D. es igual à los otros dos E. y F.

PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

En circulos iguales los angulos formados en el centro, ò en la circunferencia, son entre sì como sus arcos.

DE los angulos de el centro se demuestra de el mismo modo, que en la primera de este; con la diferencia, que en lugar de la p. 38. l. 1. se cite la 29. lib. 3.

Mas, porque los angulos de el centro son duplos de los angulos de la circunferencia, lo que de aquellos se demuestra, tambien es verdadero de estos.

*** *** ***
*** ***
***

LIBRO SEPTIMO.

QUE ES EL ONZENO DE EUCLIDES.

Definiciones.

1. *SOlido, ò cuerpo, es una cantidad, que tiene longitud, latitud, y profundidad.*
2. *Los terminos de el solido son superficies.*
3. *Una linea (AB. fig. 19.) se dice recta, ò perpendicular à un plano (CD.) quando forma angulos rectos con todas las rectas (BC. BF. &c.) que toca de dicho plano.*
4. *Un plano (MN. fig. 20.) se llama recto, ò perpendicular à otro (FE.) quando todas las rectas (AC. BD.) que en el uno se tiran perpendiculares à la seccion comun (ON.) son perpendiculares al otro plano. (FE.)*

De esta definicion se sigue, que si en un plano recto à otro se tira una perpendicular à la seccion comun, serà tambien perpendicular al otro plano

5. *Inclinacion de un plano sobre otro, es el angulo agudo (ABC. fig. 17.) que forman las rectas (AB· CB.) tiradas en ambos planos, perpendiculares à la seccion comun.*

Pla-

6. *Planos paralelos son, los que prolongados à una, y otra parte nunca pueden concurrir.*
7. *Solidos semejantes son los contenidos de igual numero de superficies semejantes.*
8. *Solidos iguales, y semejantes, son los contenidos de igual numero de superficies iguales, y semejantes.*
9. *Angulo solido es, el que se forma demàs de dos angulos planos, que estàn en diferentes planos.* Como el angulo solido (D. *fig.* 22.) que consta de tres angulos en distintos planos.
10. *Prisma es un solido contenido de planos, de quienes dos opuestos son paralelos iguales, y semejantes, y los demàs Paralelogrammos.* Como BF. (*fig.* 22.) cuyos dos planos opuestos BAC. EDF. son triangulos semejantes, iguales, y paralelos (y pueden ser qualesquiera otros rectilineos) y los restantes planos BD. AF. BF. son paralelogrammos.
11. *Paralelepipedo es un solido terminado de seis planos, Paralelogrammos, de quienes cada dos opuestos son iguales, y paralelos.*
12. *Cuvo es un Paralelepipedo, cuyos seis planos son quadrados iguales.*

PRO-

PROPOSICION I. THEOREMA.

De una linea recta no puede estàr una parte en un plano, y otra fuera de el mismo plano.

ES evidente. Porque, si tuviese la recta parte en un plano, y parte en otro, serian dos rectas, que formarian angulo, y por consiguiente no serìa una linea recta; lo que es contra lo supuesto.

PROPOSICION II. THEOREMA.

Un triangulo està todo en un plano, como tambien qualesquiera dos rectas que se cortan.

COnsta de la antecedente: Porque el triangulo no es otra cosa, que una superficie plana terminada de tres lineas rectas: y lo mismo se infiere de las rectas, que se cortan.

PROPOSICION III. THEOREMA.

Si dos planos (AC. AD.) se cortan entre sì, la seccion comun (AB.) es una linea recta. (*fig.* 18.)

D*Emonstracion.* Porque si no lo es, en el plano AC. tirese la recta AFB. y en el plano

plano AD. la recta AEB. Luego dos rectas AEB. y AFB. cerraràn un espacio, lo que (ax. 12.) no puede ser.

PROPOSICION IV. THEOREMA.

Si una linea recta (AB.) es perpendicular à dos rectas (CD. FE.) que se cortan (en B.) serà tambien perpendicular al plano (CD.) en que se hallan. (fig. 19.)

SUpongo, que de el punto B. solo puede salir una perpendicular al plano; porque si se dice, que dos rectas BA. BG. son perpendiculares al plano, entrambas seràn (def. 3.) perpendiculares à CD Luego los angulos ABC. GBC. son rectos, è iguales; la parte al todo, lo que es imposible.

Demonstracion. Porque de el punto B. la perpendicular al plano es unica, y esta (def. 3.) perpendicular à las CD. FE. se sigue, que siendo BA. (por sup.) perpendicular à las CD. FE. tambien es perpendicular al plano CD. en que ellas estàn.

PRO-

PROPOSICION VI. THEOREMA.

Las rectas (AC. BD.) perpendiculares à un mismo plano, son paralelas. (fig. 20.)

SOBRE CD. que junta las perpendiculares en el plano FE. levantese el plano MN. perpendicular al FE.

Demonstracion. Si las AC. BD. no estàn en el plano MN. se podrà de C. y D. levantar en el plano MN. otras perpendiculares al plano EF. y asi de un punto se levantarian dos perpendiculares à un mismo plano; lo que es contra lo demonstrado en la preparacion à la Prop. 4. Luego las rectas AC. BD. están en el plano MN. Siendo, pues, los angulos ACD. BDC. (def. 3.) rectos, las lineas AC. BD. (p. 29. l. 1.) seràn paralelas.

PROPOSICION VIII. THEOREMA.

Si de dos paralelas la una es perpendicular à un plano, lo serà tambien la otra.

☞ Consta de lo demonstrado en la Proposicion 6.

PROPOSICION IX. THEOREMA.

Las rectas (AB. EF.) paralelas à una misma (CD.) aunque no estèn en un mismo plano, son paralelas entre sì. (fig. 21.)

TIrese la OG. perpendicular à la CD. en el plano de las AB. CD. y la OH. perpendicular à la misma CD. en el plano de las CD. EF.

Demonstracion. Porque la CO. es perpendicular à las GO. HO. lo serà à su plano (p. 4.) y las lineas AB. EF. que se suponen paralelas à CD. tambien (p. 8.) seràn perpendiculares al mismo plano : luego (p. 6.) seràn paralelas entre sì.

PROPOSICION X. THEOREMA.

Si dos rectas (AB. AC.) que concurren en un plano, son paralelas à dos (DE. DF.) que concurren en otro, formaràn iguales angulos (BAC, EDF.) (fig. 22.)

HAganse iguales AB. à DE. y AC. à DF. y tìrense AD. CF. BE. BC. y EF.

Demonstracion. Por ser AB. DE. paralelas, è iguales, seràn (p. 33. l. 1.) AD. BE. iguales,

les, y paralelas. Y asimismo lo seràn AD. CF. y (p. 9.) las BE. CF. tambien seràn paralelas, è iguales: luego BC. EF. (p. 33. l. 1.) son iguales, y paralelas: luego los triangulos BAC. EDF. tienen los tres lados de el uno iguales à los tres de el otro, (p. 8. l. 1.) los angulos BAC. EDF. son iguales.

PROPOSICION XIII. THEOREMA.

De un punto dado en un plano no se pueden tirar dos perpendiculares à dicho plano.

☞ Queda demonstrada en la preparacion de la p. 4.

PROPOSICION XIV. THEOREMA.

Si una linea recta (AG.) es perpendicular à dos planos (BC. EF.) seràn paralelos. (fig. 23.)

ES manifiesto. Porque el plano BC. no pueden inclinarse à el otro EF. sin que se incline à la recta AG. y entonces no fuera perpendicular.

PROPOSICION XV. THEOREMA.

Si dos rectas (BA. CA.) que concurren en un plano, son paralelas à otras dos (ED. FD.) que concurren en otro, dichos planos seràn paralelos. (fig. 24.)

DE el punto A. caiga la AG. perpendicular al plano EF. y por el punto G. tirense GH. GI. paralelas à DE. DF.

Demonstracion. Por ser GH. GI. paralelas à DE. DF. seràn (p. 9.) GH. GI. tambien paralelas à AB. AC. Siendo, pues, los angulos IGA. HGA. (def. 3.) rectos, seràn (p. 29. l. 1.) los angulos CAG. BAG. rectos: luego (p. 4.) AG. es perpendicular al plano BC. y siendo tambien perpendicular al plano EF. seràn (p. 14.) los planos BC. EF. paralelos.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

Si un plano (FN.) corta dos planos paralelos (AD. CB.) las comunes secciones (FO. EN.) seràn paralelas. (fig. 25.)

DEmonstracion. Sino son paralelas, concurriràn en algun punto; y como las rectas FO. EN. estèn en los planos AD. CD. tambien

bien estos concurrirán, si se continúan: luego no son paralelos, contra lo supuesto: luego las comunes secciones FO. EN. son paralelas.

Corolario. Fig. 25.

SI dos planos (AD. CB) fueren paralelos, y en uno de ellos (AD.) se tira la recta (FO.) y à esta otra paralela (EN.) cuyo extremo (E.) està en el otro plano (CB.) estarà (EN.) en este plano.

Por las rectas FO. EN. tirese el plano FN. y alarguese hasta que corte al plano CB. y serà EN. seccion de los planos CB. FN. y por tanto paralela à FO. Si se niega, sea EX. la seccion: luego (p. 16.) EX. FO. son paralelas; pero (por sup.) FO. EN. son paralelas: luego (p. 30. l. 1.) EX. EN. son paralelas, lo que es absurdo, pues concurren en E.

PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

Si una recta (BD.) es perpendicular à un plano (FE.) todos los planos, que pasan por ella, son perpendiculares al mismo plano. (fig. 26.)

POR la recta BD. pase el plano MN. en el qual tirese la recta AC. paralela à la BD.

De-

Demonstracion. Las rectas BD. AC. son (p. 8.) perpendiculares al plano FE. luego (def. 4.) el plano NM. es tambien perpendicular al plano FE. Lo mismo se demuestra de otro qualquiera plano, que pase por BD.

PROPOSICION XIX. THEOREMA.

Si dos planos, que se cortan, son rectos à otro, tambien su comun seccion serà perpendicular al mismo plano.

INfierese de la antecedente. Porque la tal comun seccion es la misma recta perpendicular al plano por donde pasan todos los planos perpendiculares à èl.

Scholio. Fig. 26.

SI à dos planos inclinados (AB. AC.) los corta otro (BOS.) recto à uno (AC.) de los dos, y de las secciones (SB. SO.) la una (SB.) es perpendicular à la comun seccion (AM.) de los inclinados, lo serà tambien la otra (SO.)

Si SO no es perpendicular á AM. levantese en el plano AC. de el punto S. la perpendicular SD.

SD. y porque AM. es perpen dicular à las rectas SB. SD. serà (p. 4.) perpe ndicular al plano BSD. Luego el plano AC. (p. 18.) es recto al plano BSD. Pero el mismo AC. es (por sup.) recto al plano BOS. Luego la seccion comun BS. de los planos BSD. BOS. es (p. 19.) perpendicular al plano AC. Luego (p. 18.) el plano AB. es recto al AC. al qual se supone inclinado: lo que es absurdo. Luego, &c.

PROPOSICION XXIV. THEOREMA.

Si un solido (AB.) està contenido de planos paralelos, los opuestos son Paralelogrammos semejantes, è iguales. (*fig.* 27.)

D*Emonstracion.* Porque á los planos paralelos AC. BE. los corta el plano EF. las comunes secciones AF. DE. son (p. 16.) paralelas. Por la misma razon lo son DF. AE. Luego AD. es un paralelogrammo. Y de el mismo modo se demuestra, que lo son los demàs AG. FB. &c. Asimismo, porque las lineas AE. FG. son (p. 34. l. 1.) paralelas, è iguales à las FD. DB. los angulos AEG. FDB. son (p. 15.) iguales. De el mismo modo se demuestra, que todos los lados, y angulos de los Paralelogrammos opues-

opuestos son iguales: luego son semejantes, è iguales.

PROPOSICION XXV. THEOREMA.

Si un Paralelepipedo (AB.) se divide con un plano (CD.) paralelo à los opuestos (AE. BF.) seràn los segmentos solidos proporcionales con sus bases. (fig. 28.)

SEA por exemplo DH. doble de AG.

Demonst. Imaginese el segmento solido DB. dividido igualmente por un plano paralelo à BF. y cada uno de los dos serà (p. 24. y def. 8.) igual, y semejante de AC. Luego el segmento BD. serà duplo de AC. asi como la base DH. lo es de AG. Lo que se ha dicho de la razon dupla, se entiende de la tripla, quadrupla, &c.

Corolarios.

LOS Paralelepipedos de igual altura tienen la misma razon, que sus bases. Es la p. 32. de este.

Los Paralelepipedos de igual altura, que tienen una, ò iguales bases, son iguales. Prop. 29. 30. y 31.

PRO-

PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

Si un Paralelepipedo (AB.) se divide con un plano, que pase por las diagonales (DA. BH.) de los planos opuestos, quedarà dividido en dos prismas iguales, (fig. 29.)

D*Emonstracion.* Por ser AG. Paralelogrammo, las lineas GE. HA. son paralelas, è iguales (p.34. l. 1.) Y asimismo lo son BD. GE. luego HA. y BD. iguales, y paralelas à una misma GE. lo son entre sì (p. 9.) Luego las DA. BH. que las juntan, son tambien (p.33. l. 1.) paralelas, è iguales: luego AB. es Paralelogrammo. Y como los Paralelogrammos EF. CG. sean cortados por las DA. BH. en dos triangulos iguales (p. 34. l. 1.) los dos prismas FBA. EBA. tendràn los triangulos, y los Paralelogrammos, de que se componen, iguales, cada uno à su correspondiente: luego dichos prismas (de. 8.) son iguales.

PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

Los Paralelepipedos semejantes (AB. y E) tienen triplicada razon de sus lados homologos (CB. GF.) (fig. 30.)

D*Emonstracion.* Si suponemos, que CB. es doble de GF. tambien BD. lo serà de

FH. y DL. de HI. Luego, si se divide el Paralelepipedo AB. en dos partes iguales, asi en longitud, como en latitud, y profundidad, se tendrà resuelto el Paralelepipedo AB. en ocho Paralelepipedos, cada uno de los quales como M. teniendo todos sus planos iguales, y semejantes à los de el Paralelepipedo E. les seràn igual en todo ser: luego el Paralelepipedo AB. contiene ocho veces à el E. pero la razon de 8. à 1. es triplicada, ò compuesta de tres razones iguales de CB. à GF. Luego, &c. Lo que se ha dicho de la razon dupla se entiende de la tripla, quadrupla, &c.

Corolario.

LO dicho en las Proposiciones antecedentes de los Paralelepipedos, se infiere tambien de los prismas triangulares: por ser (p. 28.) la mitad de los Paralelepipedos. Y de todos los prismas polygonos, por resolverse en prismas triangulares.

LI-

LIBRO OCTAVO.

QUE ES EL DOZENO DE EUCLIDES.

Definiciones.

1. *PIRAMIDE es un solido terminado de triangulos, que nacen de el plano, que es base de la Piramide, y concurren en un punto fuera de dicho plano, llamado verticê, ò cuspide.* Como ABDC. (*fig.* 31.) cuya base es el triangulo BDC. (y puede ser otro qualquier rectilineo) su vertice A. y los lados las rectas AB. AD. AC.

2. *Piramide conica es un solido contenido de un circulo, y de una infinidad de lineas rectas, tiradas de la circunferencia de el circulo à un punto, que está fuera de su plano:* Como ABCD. (*fig.* 32.) su exe es la recta AE. que de el vertice A. cae al centro de la base: si este es perpendicular à la base se llama esta Piramide recta; sino es perpendicular; es Piramide obliqua, ò inclinada.

3. *Cilindro es un cuerpo terminado de dos circulos iguales, y paralelos, y de una infinidad*

de lineas rectas, que van de la circunferencia de el uno à la de el otro. Como H. su exe es la recta EF. que junta los centros de los circulos: si este es perpendicular à dichos circulos el Cilindro se dice recto; sino, obliquo, ò inclinado.

4. *Semejantes Piramides conicas, y Cilindros* (siendo rectos) *son los que tienen los exes, y los diametros de las bases proporcionales; pero siendo inclinados, los angulos, que hacen los exes con sus bases han de ser iguales.*

5. *Esphera, Globo, ò Bola, es un solido contenido de una sola superficie, y tiene en medio un punto, de el qual todas las rectas à la superficie son iguales. El punto medio se dice centro de la esphera; y las lineas de el centro à la superficie se llaman radios de la esphera, ò semidiametros.*

Diametro de la esfera es qualquiera recta, que pasando por el centro, se terminan sus extremos en la superficie. Exe de la Esphera es el diametro immoble, sobre quien hace su revolucion la Esphera; y sus extremos en la superficie se llaman polos de la Esphera.

***

PRO-

PROPOSICION I. Y II. THEOREMA.

Los Poligonos semejantes (*ABO.* &c. *ILR.*) *inscriptos en los circulos, tienen duplicada razon de sus diametros* (*AF. IC.*) *y la misma tienen los circulos entre sì.* (*fig.* 34.)

TIRENSE las reƈtas AO. BF. IR. LC. *Demonstracion.* Por ser los polygonos semejantes, los triangulos ABO. ILR. seràn (p. 20. l. 6.) semejantes, y los angulos AOB. ILR. iguales entre sì, los quales siendo iguales (p. 20. l. 3.) à los angulos BFA. LCI tambien estos seràn (ax. 1.) iguales entre sì: luego los triangulos FBA. CLI. reƈtangulos en B. y L (p. 31. l. 3.) son equiangulos, y (p. 4. l. 6.) semejantes, y sus lados proporcionales, como BA. à LI. asi AF. à IC. pero el polygono ABO. al polygono ILR. tiene (p. 20. l. 6.) razon duplicada de AB. à IL. Luego la tendrà tambien de los diametros AF. IC. Asimismo, porque los circulos se pueden considerar como unos polygonos regulares de infinitos lados. Lo que de los polygonos se ha dicho, se debe entender de los circulos: y asi tienen duplicada razonde sus diametros. Que es, &c.

Co-

Corolario.

DE lo dicho se infiere, que los ambitos de los polygonos semejantes inscriptos en los circulos tienen entre sì la misma razon, que los diametros. Porque està demonstrado, que AB. à LI. es como AF. à IC. Y de el mismo modo se demonstrarà ser BO. á LR. como AF. à IC. &c Luego (p. 12. l. 5.) todos los lados juntos de un polygono à todos los de el otro juntos, esto es, el ambito à el ambito, serà como el diametro AF. à el diametro IC. Y lo mismo se entiende de las periferias de los circulos con sus diametros.

Lemma para la Proposicion 7. fig. 35.

LAS Piramides (ADCE. BDCE.) que tienen una misma base (DCE.) y altura (esto es, que la linea AB. que junta sus vertices, sea paralela à qualquiera linea (DE.) de la base) *son iguales.*

Demonstracion. Porque el triangulo DCE. se puede considerar como una infinidad de lineas paralelas à la DE. si de los extremos de esas lineas se tiran rectas à las cuspides A. y B. se tendrà una infinidad de triangulos, que componen dichas

chas Piramides. Mas porque qual quier triangulo, de los que componen la Piramide ADCE. es igual (p. 37. l. 1.) à su correspondiente en la Piramide BDCE. se sigue, que dichas Piramides son iguales. Lo mismo se entiende de las Piramides, que tienen iguales bases, pues lo mismo es tener base comun, que tenerlas diferentes, como sean iguales.

PROPOSICION VII. THEOREMA.

La Piramide triangular (DEFC.) es la tercera parte de el prisma (ABCDEF.) que tiene la misma base, y altura con ella. (fig. 36.)

Demonstracion. Porque à mas de la Piramide dicha, contiene el prisma otras dos piramides ABFC. ADFC. que teniendo las bases iguales ABF. ADF. y un mismo vertice C. son (Lem. preced.) iguales: y siendo la una A B F C. igual (Lem. preced.) à la primera DEFC. por tener la misma base, y altura, que el prisma, se sigue, que las tres Piramides dichas son iguales entre sì, y por consiguiente la Piramide DEFC. es la tercera parte de el prisma triangular ABCDEF.

Lo mismo se entiende de las Piramides, que no son triangulares, porque estas se pueden dividir en triangulares.

PROPOSICION VIII. THEOREMA.

Las Piramides semejantes tienen razon triplicada de la de sus lados homologos.

IMaginese sobre las bases de las Piramides dos prismas semejantes de la misma altura, los quales teniendo (cor. p. 33. l. 11.) razon triplicada de la de sus lados homologos, las Piramides semejantes, que son sus tercias partes, tendràn tambien razon triplicada de la de sus lados homologos.

PROPOSICION X. THEOREMA.

Toda Piramide conica es la tercia parte de el Cilindro, que tiene la misma base, y altura.

POrque el Cono no es otra cosa, que una piramide de infinitos lados, y el Cilindro un prisma tambien de infinitos lados: y como una Piramide (p. 7.) es el tercio de un prisma de la misma base, y altura: se sigue, que la Pirami-

de

de Conica tambien es el tercio de el Cilindro, que tiene la misma base, y altura.

PROPOSICION XII. THEOREMA.

Semejantes piramides conicas, y Cilindros, tienen triplicada razon de los diametros de sus basee.

PORque los Conos son unas Piramides de infinitos lados, tienen (p. 8.) razon triplicada de la de sus lados homologos, que (p. 1) es la misma, que tienen los diametros de sus bases. Asimismo, porque los Cilindros son unos prismas de infinitos lados, y estos tienen (p. 33. l. 11.) razon triplicada de la de sus lados homologos, la tendràn tambien de los diametros de las bases, que (p. 1.) tienen la misma razon, que los lados homologos. Luego, &c.

Corolario.

DE lo dicho se infiere, que las Piramides Conicas semejantes, tienen razon triplicada de sus exes: porque haciendo estos angulos iguales con los diametros de las bases, tendràn la misma razon, que dichos diametros.

PRO-

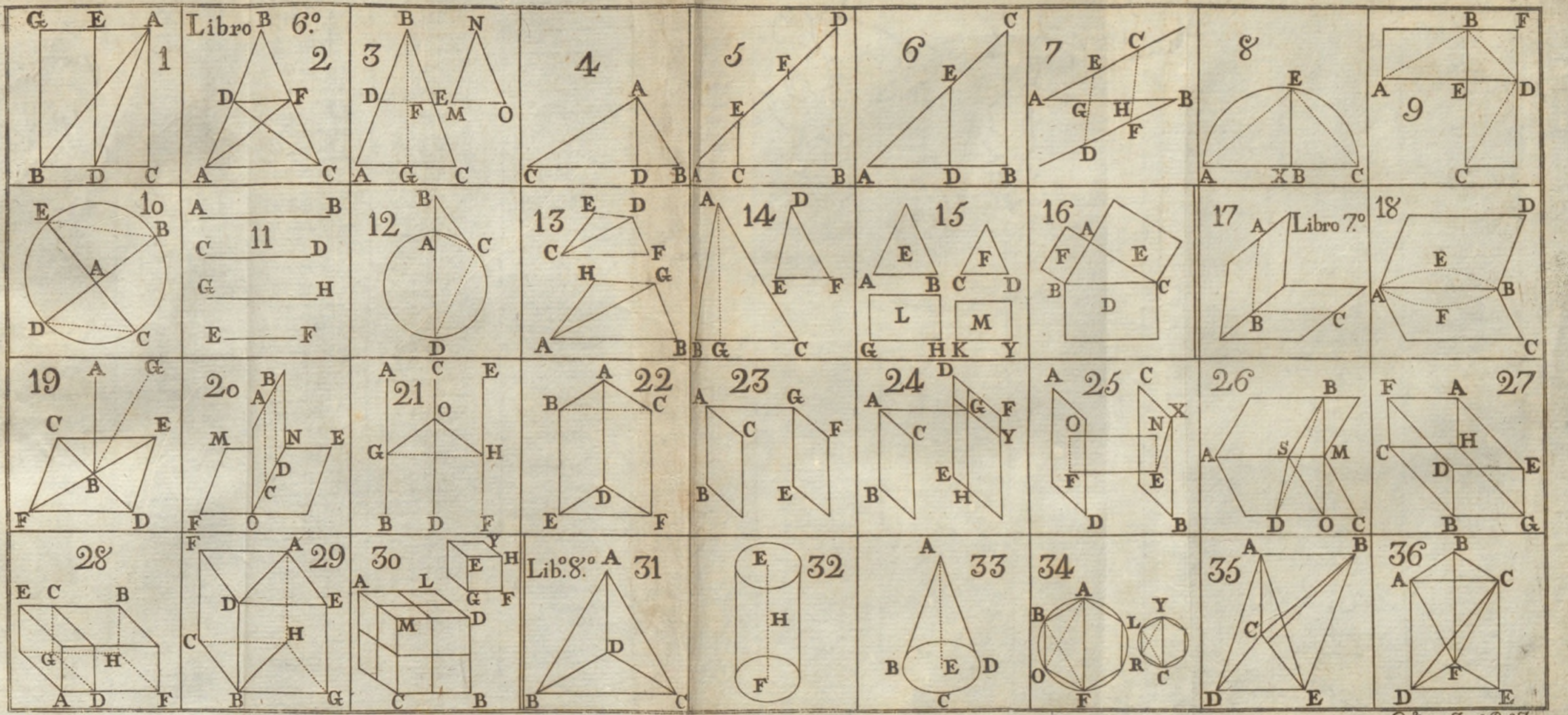
PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

Las Espheras tienen razon triplicada de sus diametros.

LA Esphera es un agregado de infinitas Piramides Conicas, cuyas bases componen la superficie de la Esphera, su altura son los radios de la Esphera, y sus vertices el centro: luego una Esphera à otra tendrà (p. 12. l. 5.) la misma razon, que una piramide de las que componen la una Esphera à otra Piramide de las que componen la otra; pero dichas Piramides (cor. p. 12.) tienen razon triplicada de sus alturas: esto es, de los radios de las Espheras: luego estas tienen tambien razon triplicada de sus radios, ò (p. 15. l. 5.) de sus diametros.

FIN DE LOS ELEMENTOS DE EUCLIDES.

TRA-



Grav.do por Josef Br.o Amat.

TRATADO II.

Y QUARTO DEL AUTOR.

DE LA GEOMETRIA PRACtica, ò uso de los Instrumentos mas comunes para trabajar en el papèl, y Terreno.

COMO los Instrumentos mas familiares à los Geometras para trabajar en el Papèl, y Terreno, les son bien conocidos, omito el poner en este Tratado su figura, y construccion, explicando solo el modo de hacer por ellos las operaciones mas simples, y comunes; advirtiendo, que se tengan presentes las definiciones dadas en la Geometrìa Elementar.

CA-

CAPITULO I.

DE LA DIVISION, Y FORMACION DE Angulos, modo de tirar Lineas Paralelas, Perpendiculares, y Tangentes.

PROPOSICION I. PROBLEMA.

Por dos puntos dados A. B. (fig. 1.) tirar una linea recta.

1. APliquese la regla à dichos puntos, de suerte que queden descubiertos, y llevando el lapiz, ò pluma de uno à otro suavemente, siguiendo la regla se havrà conseguido lo que se pretende.

2. Si los puntos dados estàn en el terreno, plantèse un piquete bien à plomo sobre cada uno, y teniendo una cuerda de uno à otro, se harà un pequeño surco en la tierra, que señalarà dicha linea en defecto de la cuerda.

PROPOSICION II. PROBLEMA.

Prolongar una linea recta AB. (fig. 2.) quanto se quisiere.

1. DE los extremos A. B. con qualquiera abertura de compas haganse las

decu-

decusaciones E. F. y de ellas la intercesion C. y si se quiere hagase otra en D. y la recta que se tirare por los puntos C. D. convendrà con la dada AB. si se prolonga (p. 14. l. 1. Euc.) por ser las dos perpendiculares à un mismo punto de la que pasa por E. y F.

2. Mas si la linea que se ha de prolongar estuviere en el terreno, por dos piquetes plantados bien à plomo en sus extremos, se enfilarà otro tercero, y de esta suerte se irà prolongando la linea quanto se quisiere; procurando siempre, que cada tres piquetes se hallen en una linea recta.

PROPOSICION III. PROBLEMA.

Dividir un angulo rectilineo BAC. (fig. 3.) en dos partes iguales.

1. DEL punto A. como centro, hagase à discrecion el arco BC. y de los puntos B. y C. con el mismo intervàlo, dos arcos, que se corten en E. tirese la recta AE. y esta dividirà el angulo dado en dos iguales: consta de la prop. 9. l. 1. Euc.

2. Si el angulo dado està en el terreno en igual distancia del punto A. y sobre sus lineas cla-

clavense dos piquetes; unanse à ellos los extremos de un cordèl doblado por medio, y estando este bien tendido, y en la mano la señal que lo divide por mitad, se plantarà un piquete en el punto E. tirese la recta AE. y esta dividirà el angulo en dos iguales.

PROPOSICION IV. PROBLEMA.

Hacer un angulo rectilineo del numero de grados que se quisiere en el punto A. de la recta dada AB. (*fig.* 4.)

1. APliquese el centro del semicirculo à el punto A. desuerte, que su diametro se ajuste con la recta AB. y notese en el papèl el punto correspondiente à 50. grados, que son: por exemplo, los que han de tener el angulo; tirese por el extremo A. y punto señalado, la recta AC. y se tendrà el angulo CAB. del numero propuesto de grados. Si se usare de la pantometra, descripto el arco BC. apliquese el radio AB. à las lineas de las cuerdas de 60. à 60. tomese la distancia de 50. à 50. y pasese de B. à C. tirese la recta AC. y se havrà conseguido lo que se pretende.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terre-

terreno, pongase el centro del semicirculo, que sirve para operar en campaña en el punto A. (fig. 5.) y mirando por las pinolas fixas en su diametro un piquete puesto en B. muevase la alidada hasta que corte el grado 50. y clavese un piquete bien à plomo, y enfilado por las pinolas de dicha alidada en C. tirese la recta AC. y serà el angulo CAB. del numero de grados, que se propuso. Del mismo modo se investiga la cantidad de grados, que tiene un angulo formado en el papèl, ó terreno.

PROPOSICION V. PROBLEMA.

Hacer un angulo rectilineo igual à otro dado A. en el punto E. de la recta dada ED. (fig. 6.)

1. DEL punto A. con qualquiera abertura de compàs, hagase el arco BC. y con el mismo intervalo, y centro E. el arco DF. tomese entre las puntas del compàs la distancia BC. y pasese de D. à F. tirese la recta EF. y serà el angulo E igual al dado A. por ser (prop. 33. l. 6. Euc.) como sus medidas BC. DF.

2. Si la operacion se huviere de hacer en

el

el terreno descripto como antes el arco BC. midanse en una escala el lado AB. y base BC. cuentense sobre ED. desde E tantos pies, varas, ò brazas, como AB. tiene de su escala, y clavense dos piquetes, en los puntos E. D. unase al piquete puesto en E. una cuerda del largo de AC. y al piquete que està en D. otra de la longitud BC. y juntense sus extremos en el punto F. tirese la recta EF. y serà el angulo E. (prop. 8. l. 1. Euc.) igual à el angulo A. Esto mismo se hace midiendo el angulo A. y formando en el punto E. el angulo DEF. del mismo numero de grados como se enseñò en la proposicion 4.

PROPOSICION VI. PROBLEMA.

A una recta dada AB. (fig. 7.) tirar una paralela por un punto dado fuera de ella C.

1. DEL punto C. como centro, hagase à discrecion el arco AE. y con el mismo intervalo, y centro A. describase el arco CB. tomese este entre las puntas del compàs, y pasese de A. à E. tirese la recta CE. que serà paralela à la dada AB. (p. 27. l. 1. Euc.) por ser los angulos alternos iguales. Quando el arco CB. no corta la dada AB. se tirarà la CA.

y sobre ella se harà la operacion como antes.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terreno, en los puntos A. B. de la recta dada, clavense dos piquetes, unase à el piquete puesto en B. una cuerda cuyo largo sea AB. y à el piquete que està en A. otra de la longitud de CB. y estando estos bien tendidos, y unidos sus extremos en el punto E. clavese en èl un piquete, y tirese la recta CE. que serà paralela à la dada AB. por lados opuestos de el paralelogrammo BE. Esto mismo se puede hacer midiendo con un semicirculo el angulo BAC. y y haciendo igual à èl, el alterno ACE.

PROPOSICION VII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 8.) y à un punto en ella dado C. levantar una perpendicular.

1. TOmense las partes iguales CA. CB. y de los puntos A. B. con qualquiera distancia haganse dos arcos, que se crucen en F. tirese la recta FC. que serà perpendicular à la AB. (consta de la prop. 11. l. 1. Euc.) Quando el punto dado C. (fig. 9.) está en el extremo de la linea, descrivase el arco BDE.

sobre el qual pasese dos veces la misma avertura de compàs, y de los puntos D. E. hagase la seccion F. tirese la recta FC. qne serà la perpendicular, por ser el arco BD. ò su igual DE. (cor. 5. p. 32. l. 1.) de 60. grados, y su mitad HD. de 30. Lo mismo se executarà mediante ls esquadra, aplicando uno de sus lados sobre la linea dada (fig. 10.) de suerte, que el otro toque el punto dado C. y tirando la recta FC. serà esta perpendicular à la AB.

2. Para operar en el terreno, clavense dos piquetes, uno en el punto dado C. (fig. 11.) y otro en el punto A. tomado à discrecion sobre la linea, unanse à ellos los extremos de un cordél doblado por medio, y estando este bien tendido, y en la mano la señal que lo divide por mitad, se clavarà un piquete en D. hecho esto el extremo C. del cordèl, se pasarà à F. de suerte, que FDA. hagan una recta; tirese la FC. que serà la perpendicular, porque siendo D. centro del circulo que pasa por A. C. F. serà el angulo FCA. (p. 31. l. 3. Euc.) recto. Esto mismo se executarà con la esquadra, como todos saben, y tambien con el semicirculo, formando en el punto C. un angulo de 90. grados.

PROPOSICION VIII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 12.) y de un punto fuera de ella dado C. baxar una perpendicular.

1. DEL punto C. como centro, describase un arco, que corre à la AB. en los puntos D. E. de los quales con el mismo intervalo hagase la seccion F. y tirese la recta CF. que serà la perpendicular: consta de la (p. 12. l. 1. Euc.) Quando el punto dado C. (fig. 13.) está inmediato à uno de los extremos; de los puntos 1. 2. tomados sobre la dada à discrecion con los intervalos al punto C. hagase la decusacion D. apliquese la regla à los puntos C. D. y tirese la recta CD. que serà la perpendicular, porque siendo iguales 1C. 1D. 2C. 2D. la dada AB. no se inclinarà à una, ni à otra parte de la CD.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terreno, del punto dado C. (fig. 14.) à qualquiera punto A. de la dada AB. tiendase una cuerda con una señal, que la divida por medio; y en el punto D. correspondiente à dicha señal, plantese un piquete; doblese la cuerda por D. de suerte, que el extremo C. venga à el punto

F. de la dada, y tirese la recta FC. que serà la perpendicular: consta de la proposicion antesedente.

PROPOSICION IX. PROBLEMA.

A un circulo dado tirar una tangente, que pase por un punto (*fig.* 15.)

1. SI el punto dado B. està en la circunferencia del circulo, tirese el radio AB. y del punto B. levantese la perpendicular BC. que (p. 16. l. 3. Euc.) serà la tangente.

2. Mas si el punto B. (fig. 16.) està fuera del circulo, tirese la recta AB. y dividase por medio en D. (como se enseña en la proposicion siguiente) y de este con el intervalo DB. hagase el semicirculo AEB. que cortarà à el circulo dado en E. tirese la recta BE. y esta serà la tangente por ser el angulo AEB. (prop. 31. lib. 3. Euc.) recto.

CAPITULO II.

DE LA DIVISION, Y PROPORCION de las lineas.

PROPOSICION X. PROBLEMA.

Dividir una recta en dos, ò mas partes iguales. (*figura* 17.)

1. SEA propuesta la recta AB. para dividirla por mitad: de los extremos A. B con distancia mayor que la mitad de la linea, haganse las secciones H. G. y tirando la recta GH. dividirà esta la AB. en dos partes iguales en el punto D. consta de la (prop. 10 l.1. Euc.) Del mismo modo se divide un arco en dos partes iguales: como consta de la (prop.30. l. 3. Euclides.)

2. Si la linea propuesta se ha de dividir en mayor numero de partes iguales; por exemplo en tres: tirese la indeterminada C. D. (fig. 18.) y tomense en ella à discrecion tres partes iguales C 1. 1 2. 2 D. y con los intervalos del extremo C. à los puntos 1. 2. D. que sirven de centros, descrivanse los arcos CG. CF. CE. tomese entre las puntas del compàs la recta dada AB. y pase-

pasese de C. à E. tirese la recta CE. y quedarà esta, ò su igual AB. dividida en tres partes iguales en los puntos G. y F. porque siendo las rectas 1. G. 2. F D. E (prop. 28. l. 1. Euc.) paralelas, seràn las partes de la CE. (p. 10. l. 6. Euc.) semejantes à las partes iguales de la C. D. Esto mismo se hace valiendose de la pantometra, como se sigue. Tomese la distancia A. B. y pliquese à las lineas de partes iguales de 180, à 180, tomese la distancia de 60, à 60. y esta serà la tercera parte de la A. B. con la qual se dividirà en tres partes iguales.

PROPOSICION XI. PROBLEMA.

Sobre la recta A. B. (fig. 19.) formar una escala de 100. pies, varas, ò brazas.

1. DIvidase la propuesta en diez partes iguales en los puntos 10. 20. &c. y como sea dificil por su pequeñèz, dividir cada una de estas en otras diez, de los extremos A. B. levantense las perpendiculares AD. BC. y tomense en ellas 10. partes iguales à discrecion: por los puntos de la division, tirense paralelas à la A. B. y las partes iguales de esta pasense sobre la linea C. D. tirense las transversales, ò

lineas

lineas obliquas A. E. 10. F. 20. G. &c. y quedarà concluida la escala, cuyo uso es bien commodo; porque si se quieren tomàr de ella 23. brazas, pongase un pie del compàs en el encuentro de la transversal 20. G. con la tercera paralela, que es en el punto Z. y la distancia Z. 3. serà de 23. brazas, y asi de otras. Con el mismo artificio se formarà una escala de 1000 pies, varas, ó brazas, dividiendo la linea propuesta en 10. partes iguales, y una de estas en otras 10. y tirando las paralelas à la linea propuesta, y las transversales en la dezima parte subdividida quedarà formada la escala, cuyo uso es el mismo que el antecedente.

2. Quando se tiene à mano el compàs de proporcion, ó pantometra se ejecutarà lo dicho facil, y commodamente, usando de las lineas de partes iguales, como de escala universal en la forma siguiente. Tomese entre las puntas del compàs la recta A. B. y apliquese transversalmente à las lineas de partes iguales de 100. à 100. que supongo sean los pies, varas, &c. de que consta dicha linea, y dexando la pantometra en esta disposicion, si se quieren tomàr de ella 40. pies, varas, &c. se tomarà entre las puntas del compàs el intervalo de 40. à 40. y se habrà conseguido lo que se pretende.

PRO-

PROPOSICION XII. PROBLEMA.

Dividir una recta AB. (fig. 20.) en partes semejantes à las de otra CD.

1. CON los intervalos del extremo C. à los puntos E. D que sirven de centros, descrivanse los arcos CF. CG. tomese la distancia AB. y pasese de C. à G. tirese CG. y quedarà esta, ò su igual AB. dividida en F. como se pide; la razon es la dada en la prop. 10.

2. En las lineas de partes iguales de la pantometra, midanse las partes de la CD. y sea por exemplo CE. 90. ED. 50. y toda la CD. 140. apliquese la recta AB. transversalmente à las lineas de partes iguales de 140. y el intervalo de 90. à 90. serà como antes el mayor segmento CF. y el de 50. à 50. el menor FG.

PROPOSICION XIII. PROBLEMA.

Dividir una recta A. B. (fig. 21.) en media, y extrema razon.

1. DEL extremo B. levantese la perpendicular BD. igual à la mitad de AB. del punto D. con el intervalo BD. describase

base un circulo, y por el extremo A. y centro D. tirese la recta ADC. tomese la distancia AE. y pasese de A. à F. y quedarà la AB. divida en F. en media, y extrema razon: por ser (p. 36. l. 3. Euc.) BA. à AC. como AE. à AB. y por division contraria de razon BA. à AE. ò su igual AF. como AE. ò su igual AF. à FB.

2. Apliquese la recta dada à las lineas de las cuerdas de 60. à 60. y el intervalo de 36. à 36. tomado en las mismas lineas serà como antes el mayor segmento AF. por ser la cuerda de 60. grados lado del exagono, y la de 36. grados del decagono.

PROPOSICION XIV. PROBLEMA.

Entre dos rectas dadas AE. EC. (fig. 22.) hallar una media proporcional.

1. DIvidase la compuesta AC. por medio en X. y con la distancia XA. descrivase el semicirculo AFC. del punto E. levantese la perpendicular EF. y esta serà la media proporcional: consta de la p. 13. l. 6. Euc.

2. Midanse las rectas dadas en las lineas de partes iguales del compàs de proporcion, y sea por exemplo AE. de 45. y EC. 20. tomese el nter-

tervalo de la mayor AE. y apliquese transversalmente à las lineas de los planos de 45. à 45. y el intervalo de 20 à 20. tomado en las mismas lineas serà como antes la media proporcional EF.

PROPOSICION XV. PROBLEMA.

A dos rectas dadas AC. AD. (*fig.* 23.) *hallar una tercera proporcional.*

1. DEL punto C. con la distancia CA. descrivase el semicirculo ABF. y del punto A. con el intervalo AD. hagase la seccion B. y de ella con la misma avertura de compàs el arco AEG. que cortarà la AD. prolongada en E. y serà AE. la tercera proporcional; porque tiradas las rectas AG. GE. BF. (p. 4. l. 6. Euc.) EA. à AG. asi BA. à AF. y (p. 15. l. 5. Euc.) CA. à AB. como BA. ò su igual AD. à AE. Si la AD. fuere dupla, ó mas que dupla de AC. se obrarà con su mitad, ò tercio, y el duplo, ò triplo de lo que saliere serà la tercera proporcional.

2. En las lineas de partes iguales de la pantometra, midanse las rectas dadas, y sea por exemplo AC. 20 y AD. 30. tomese el intervalo de la segunda AD. y apliquese transversalmente

à

à las lineas de partes iguales de 20. à 20. y el intervalo de 30. à 30. serà como antes la tercera proporcional AE.

PROPOSICION XVI. PROBLEMA.

A tres rectas dadas AB. AC. AD. (fig. 24.) hallar una quarta proporcional.

1. DE los puntos B. C. por el extremo A describanse los arcos AE. AF. y del punto A. con la distancia AD. hagase la seccion E. tirese por ella la recta AF. que serà la quarta proporcional: la razon es la dada en la proposicion 10.

2. En las lineas de partes iguales del compàs de proporcion, midanse la primera, y tercera linea, y sea por exemplo AB. 20. y la tercera AD. 45. apliquese el intervalo AC. de la segunda transversalmente à las lineas de partes iguales de 20. à 20 y la distancia de 45. à 45. darà como antes la quarta proporcional AF. Si la tercera linea AD. es mas que dupla de la primera AB. se alternaràn los terminos si la segunda fuere menor, que la tercera; ò se harà la operacion con la mitad, ó tercio de la tercera; y el duplo, ò triplo de lo que saliere, serà la quarta proporcional.

CA-

CAPITULO III.

DE LA FORMACION DE LAS FIGURAS planas, y su inscripcion en el Circulo.

PROPOSICION XVII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 25.) formàr un triangulo Equilatero.

DE los extremos A. B. con el intervalo BA. hagase la secion C. tirense las lineas CA., CB. y el taiangulo ACB. serà equilatero: consta de la construccion.

PROPOSICION XVIII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 26.) describir un quadrado.

DEL extremo B levantese la petpendicular BE. igual à la AB. y de los puntos A. E. con el intervalo AB. descrivanse dos arcos, que se crucen en D. tirense las rectas ED. AD. y serà BD. quadrado: demuestrase como la 46. l. 1.

PROPOSICION XIX. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 27.) formàr un pentagono regular.

DEL extremo B. levantese la perpendicular BD. igual à BA. dividase esta por mitad en el punto C. y de este con la distancia CD. describase el arco DE. que cortarà la AB. prolongada en E. tomese la distancia AE. y de los puntos A. B. hagase la seccion F. y de los puntos F. B. F. A. con el intervalo AB. las decusaciones L. H. tirense las rectas BL. LF. FH. HA. y quedarà formado el pentagono. Si se pidiere un triangulo isoseles, cuyos angulos sobre la base sean duplos del vertical; haviendo hecho la seccion F. se tiraràn rectas à los extremos A. B. y se tendrà lo que se pretende.

PROPOSICION XX. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 28.) formàr un exagono regular.

DE los extremos A. B. con la distancia AB. hagase la secion C. y de ella con el mismo intervalo el circulo ABE. &c. en cuya circunfe-

rencia

rencia entrarà seis veces la recta AB. por ser el radio del circulo (cor. 5. p. 32. l. 1.) igual à la cuerda de 60. grados.

PROPOSICION XXI. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 29.) formàr qualquier rectilineo regular desde el exagono, hasta el dodecagono.

1. DIvidase la recta AB. por medio en O. y levantese la perpendicular OY. hagase centro en B. y con la distancia BA. el arco AC. que se dividirà en seis partes iguales 1. 2. 3. &c. hecho esto, si se quiere hacer un eptagono, se tomarà la distancia C 1. y se pasarà de C. à D. y en el circulo hecho con la distancia DA. entrarà siete veces la linea AB. si se quiere hacer un octagono se pasarà la distancia C 2. desde C. à E. y en el circulo hecho con la distancia EA. entrarà ocho veces la linea AB. y asi de las demàs figuras, hasta la de 12. lados.

2. Tomese con el compàs la recta AB. y apliquese en la pantometra à la linea de los poligonos de 7. à 7. que supongo sean los lados de la fig. que se ha de formàr. tomese la distancia de 6. à 6.

6. á 6. y con ella de los extremos A. B. hagase la seccion D. y de ella con la distancia DA. se describirà un circulo en quien cabrà siete veces la recta AB.

PROPOSICION XXII. PROBLEMA.

Sobre una recta CD. (fig. 30.) formàr qualquier poligono regular.

1. DIvidanse los 360. grados del circulo, por el numero de lados, que tiene el poligono propuesto, que siendo este por exemplo, el pentagono el cosiente 72. grados, serà el angulo del centro, y restados estos de 180. el residuo 108. grados, serà valor del ang. de la fig. y asi de otras. Hecho esto en los extremos C. D. formense con el semicirculo, los angulos CDF. DCF. cada uno de 54 grados, que es el valor del semiangulo del poligono, y del punto F. donde concurren las rectas CF. DF. con la distancia FC. descrivase un circulo por cuya circunferencia se pasarà cinco veces la CD. y quedará descripto el pentagono, y asi de otra qualquiera. Esto mismo se executarà aplicando la recta CD. á las lineas de las cuerdas de 72. à 72. (que son los grados que subtende el lado del

del pentagono) y con la distancia de 60. à 60. se harà la seccion F. de la qual con la distancia FC. se describirà un circulo, en quien entrarà como antes cinco veces la recta CD.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terreno, formese por alguno de los modos dichos en la proposicion 4. num. 2. el angulo DCA. de 108. grados, valor del angulo del pentagono; desele à la CA. la longitud de CD. y obrando del mismo modo, para determinar los demàs angulos, y lados, quedarà formado el poligono, el qual se examinarà con cuidado, por ser dificultoso formàr los angulos, con tal exaccion, que à el cerrar el ultimo lado en el primero no haya alguna diferencia.

PROPOSICION XXIII. PROBLEMA.

Acabar un circulo dada una porcion de el ABC. (*fig.* 31.)

TOmense en la circunferencia qualesquiera tres puntos A. B. C., y de ellos con un mismo intervalo, haganse las decusaciones E. H. G. F. tirense las lineas EH. GF. que se cortaràn en el punto Y del qual con el intervalo YA. se acabarà el circulo: (consta de la prop. 25. l. 3. Euc.) Del mismo modo se halla el centro de un circulo;

circulo; y se describirà otro que pase por tres puntos dados, que no estèn en linea recta.

PROPOSICION XXIV. PROBLÈMA.

En un circulo dado inscribir un triangulo equilatero, un exagono, y las demàs figuras de doblado numero de lados (fig. 32.)

TOmese el radio del circulo, y pasese seis veces sobre la circunferencia para tener los puntos A. B. C. &c. tirense las lineas de A. à C. de C. à E. y de E. à A. y se tendrà inscripto el triangulo equilatero; y si à los demàs puntos de la division se tiran las lineas AB. CB. &c. se tendrà formado el exagono: por ser el radio del circulo igual (cor. 4 p. 32. l. 1.) à la cuerda de 60. grados. Dividiendo por medio los arcos AB. BC. &c. y tirando sus cuerdas, se tendrà inscripto el dodecagono, y asi de las demàs.

PROPOSICION XXV. PROBLEMA.

En un circulo dado, inscribir un quadrado, un oct igono, y las demàs figuras de doblado numero de lados. (*fig.* 33.)

TIrense dos diametros, que se corten en angulos rectos en el centro E. dense las rectas AC. AD. BC. BD. y quedarà inscripto el quadrado, porque sus lados por cuerdas de iguales arcos son iguales, y los angulos (p. 31. l. 3. Euc.) rectos. Dividiendo los arcos AC. CB &c. por medio, y tirando sus cuerdas, quedarà inscripto el octagono, y asi de otras continuando la subdivision.

PROPOSICION XXVI. PROBLEMA.

Inscribir en un circulo un pentagono regular, un decagono, y las demàs figuras de doblado numero de lados. (*fig.* 34.)

TIrese el diametro GH. y del centro M. la perpendicular MD. dividase el radio MH. por medio en L. y con la distancia LD. hagase el arco DF. tirese la recta FD. que serà lado del pentagono inscripto, y MF. lado del decagono. Consta de la prop. 10. l. 13. Euc.

PROPOSICION XXVII. PROBLEMA.

Inscribir en un circulo qualquier poligono regular. (*fig.* 35.)

1. TIrese el diametro AB. y dividase en tantas partes iguales como lados ha de tener el poligono, que se quiere inscribir, que siendo este, por exemplo, el eptagono, se dividirà en 7. de los puntos A, B. con el intervalo del diametro, hagase la seccion C. por la qual, y por el segundo punto de la division tirese la recta CD. que cortarà la circunferencia en D. y la recta AD. serà uno de los lados del eptagono. Esta regla en algunos poligonos es mero practica.

2. Hallese el angulo del centro del poligono que se quiere inscribir, que siendo este, por exemplo, el nonagono, ò figura de nueve lados, serà de 40. grados: formese en el centro A. (fig. 36.) el angulo BAC. de igual numero de grados, y tomese el arco BC. que dividirà la circunferencia del circulo en nueve partes iguales: tirense las lineas por los puntos de la division, y quedará inscripto el nonagono; y asi de otros. Si se usare de la pantometra, tomese el radio del circulo AB. y apliquese transversal-

mente á las lineas de los poligonos de 6. à 6. ò à las de las cuerdas de 60. à 60. y el iutervalo de 9 à 9. en las lineas de los poligonos, ò el de 40. à 40. en las de las cuerdas, serà como antes el lado del nonagono.

CAPITULO IV.

DE LA PROPORCION DE LAS FIGURAS Planas, Solidos, y Metales.

PROPOSICION XXVIII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. describir un rectilineo semejante al dado HG. (*fig*, 37.)

TIrese la diagonal EF. y hagase el angulo BAC. igual à el GEF. y el angulo B. igual à G. y seràn los triangulos EGF. ABC. (p. 32. l. 1.) equiangulos, hagase sobre AC. del mismo modo el triangulo ADC. equiangulo à EHF, y serà el rectilineo DB. semejante à el dado HG. por constar de triangulos semejantes. Otros modos hay de resolver este problema, que se reservan para quando se trate del modo de copiar, y reducir los Planos, por mas proprios de aquel lugar, que de este.

PRO-

PROPOSICION XXIX. PROBLEMA.

Dadas qualesquiera figuras semejantes, cuyos lados homologos sean A.B.C. hacer una que sea igual à todas juntas. (*fig.* 38.)

1. FOrmese el angulo recto D. y cortense DE. DF. DG. iguales à las rectas dadas A.B.C. tomese la distancia EF. y pasese desde D. à H. tirense las rectas EF. GH. y la figura semejante descripta sobre esta ultima, serà igual à todas las otras juntas: por ser igual (p. 31. l. 6. Euc.) à las formadas sobre DG. y DH. ò su igual EF. esto es, sobre las dadas A, B, C.

2. Tomese la linea menor A. y apliquese transversalmente à qualquier numero de la linea de los planos, y sea por exemplo de 6. à 6. y dexando la pantometra en esta postura, tomese la linea B. y vease à què puntos se ajusta, y sea de 9. à 9. tomese la linea C. y vease à què puntos se ajusta, y sea de 12. à 12. sumense 6. 9. 12. y hacen 27. tomese, pues, la distancia de 27. à 27. y se tendrà como antes la linea GH.

PROPOSICION XXX. PROBLEMA.

Dadas dos figuras semejantes, y desiguales, cuyos lados homologos sean AD. y B. hacer otra igual à la diferencia de las dos. (*fig.* 39.)

1. SObre la linea mayor AD. describase un semicirculo, y con el intervalo de la linea B. y centro A. hagase la seccion C. tirense las rectas AC. CD. y el rectilineo semejante descripto sobre CD. serà el que se pide; por ser (p. 31. l. 6. Euc.) el formado sobre AD. igual à los semejantes descriptos sobre AC. CD.

2. Tomese la linea mayor AD. y apliquese transversalmente à qualesquiera puntos de las lineas Geometricas, y sea de 20. à 20. sin mover la pantometra, vease à què puntos se ajusta la linea B. y sea de 8. à 8. restese 8. de 20. y quedan 12. tomese la distancia de 12. à 12. y se tendrà como antes la recta CD.

*** *** ***
*** ***
***

PRO-

PROPOSICION XXXI. PROBLEMA.

Hacer un rectilineo semejante à el dado A. con quien tenga la razon de CD. à G. (fig. 40.)

1. ENtre las rectas CD. y G. hallese una media proporcional EF. y hagase sobre ella el rectilineo B. semejante à el dado, que serà el que se pide por ser (cor. p. 20, l. 6. Euc.) el rectilineo A. à el B. como CD. à G.

2. Midanse las rectas dadas en las lineas de partes iguales, y sea G. de 20. y CD. de 45. apliquese la recta CD. à la linea de los planos de 45. à 45. y el intervalo de 20. à 20. serà como antes la recta EF.

PROPOSICION XXXII. PROBLEMA.

Hallar la razon, que tienen entre sì dos figuras semejantes A, B. (fig. 40.)

1. A LOS lados homologos CD. EF. hallese la tercera proporcional G. y el rectilineo A. à el B. serà (cor. p. 20. l. 6.) como CD. à G.

2. Apliquese la recta CD. à qualesquiera puntos de las lineas geometricas, como por exemplo

plo de 45. à 45. y sin mover la pantometra vease à què puntos se ajusta la EF. y sea de 20. à 20 y se dirà, que el rectilineo A. al B. tiene la razon de 45. à 20.

PROPOSICION XXXIII. PROBLEMA.

Dados diferentes Solidos AB. CD. hacer otro igual á los propuestos. (*fig.* 41.)

APliquese el diametro AB. transversalmente à qualesquiera puntos iguales de las lineas de los solidos: por exemplo de 10. à 10. y sin mover el Instrumento, vease à què puntos iguales de las mismas lineas se ajusta el diametro CD. y sea de 30. à 30. y la suma de 10. y 30. que es 40. tomese en dichas lineas, y se tendrà el diametro del globo OP. igual à los dados AB. CD.

PROPOSICION XXXIV. PROBLEMA.

Dados los globos OP. CD. hacer otro igual à la diferencia de los propuestos. (*fig.* 41.)

TOmese el diametro OP. y apliquese transversalmente à las lineas Stereometricas: por exemplo, de 40. á 40. vease á què puntos igua-

iguales de dichas lineas se ajusta el diametro CD y sea de 30. à 30. restense 30. de 40. y quedan 10. por lo que el intervalo de 10. à 10. serà el diametro del globo AB. diferencia de los propuestos.

PROPOSICION XXXV. PROBLEMA.

Aumentar, ò disminuir qualquier Solido en una razon dada. (*fig.* 41.)

SEA dado el globo AB. pidese otro tres veces mayor. Apliquese el diametro AB. à qualesquiera puntos iguales de la linea de los Solidos, como de 10. à 10. y sin mover el Instrumento, tomese en las mismas lineas el intervalo de 30. á 30. (numero triplo de 10.) y este serà el diametro del globo CD. que se pide.

PROPOSICION XXXVI. PROBLEMA.

Hallar la proporcion de los Solidos semejantes AB. CD. (*fig.* 41.)

TOmese con el compas el diametro AB. y ajustese à qualesquiera puntos semejantes de las lineas Stereometricas, como de 10. à 10.

y

y sin mover la pantometra, vease à què puntos iguales de dichas lineas se ajusta el diametro CD. y sea de 30. à 30. por lo que se dirà, que el glovo CD. al AB. tiene la razon de 30. à 10. que es tripla.

Lo que se ha dicho en las Proposiciones antecedentes con los diametros de los Glovos, se hace tambien con los lados homologos de otro qualesquiera Solidos semejantes.

PROPOSICION XXXVII. PROBLEMA.

Buscase el diametro de un glovo de Oro de igual peso con el de Plomo OP. (*figura* 41.)

APliquese el diametro OP. transversalmente en las lineas de los metales à los puntos que señalan el plomo: y la distancia que hay entre los puntos, que señalan el oro, serà el diametro del globo de oro CD. de igual peso con el de plomo; y asi de los demàs metales.

PROPOSICION XXXVIII. PROBLEMA.

Dado el diametro OP. de un globo de cobre, que pesa 10. libras; hallar el diametro de un globo de oro, que pese 15. (fig. 41.)

APliquese transversalmente el diametro OP. en las lineas de los metales, à los puntos que señalan el cobre, y sin mover la pantometra, tomese la distancia de los puntos, que señalan el oro, y esta serà (como consta de la antecedente) el diametro de un globo de oro de 10. libras; y porque ha de pesar 15. ajustese dicho diametro en las lineas de los solidos de 10. à 10. y la distancia de 15. à 15. tomada en las mismas lineas, serà el diametro del globo CD, que se pretende.

PROPOSICION XXXIX. PROBLEMA.

Hallar la proporcion, que guardan el oro, y la plata en quanto al peso, tomados en igual magnitud.

TOmese en la linea metalica la distancia de el centro, à el punto, ó señal de la plata, y apliquese transversalmente à qualesquiera puntos

tos de las lineas de los solidos, como de 100. à 100. y sin abrir, ni cerrar el Instrumento, tomese la distancia del centro à el punto, ò señal del oro, y vease à què puntos semejantes de las lineas de los solidos se ajusta, y sea de 54. y medio à 54. y medio, digo, pues, que el peso del oro à el de la plata, es como 100. à 54. y medio.

PROPOSICION XL. PROBLEMA.

Hay una Estatua de estaño, que pesa 36. libras, quierese fabricar otra semejante, y de la misma grandeza, que sea de plata.

TOmese la distancia, que hai del centro de la pantometra, al punto, ò señal de la plata, y apliquese en las lineas de los solidos de 36. à 36. y sin mover el Instrumento, tomese la distancia del centro al punto, ò señal del estaño, y vease à què puntos de las lineas de los solidos se ajusta transversalmente, y sea de 50. y un tercio à 50. y un tercio. Digo, que 50. y tercio libras de plata son menester para fabricar dicha Estatua.

PROPOSICION XLI. PROBLEMA.

Dados los Diametros AB. de un globo de fierro; y CD. de otro de cobre, hallar la razon, que tienen entre sì en quanto al peso. (fig. 41.)

APliquese el diametro AB. transversalmente à los puntos que señalan el fierro, y sin mover la pantometra, tomese la distancia entre los puntos, que señalan el cobre (que siendo igual al diametro CD. se dirà que los globos AB. CD. son de igual peso) pero no siendolo, se aplicarà dicha distancia à qualesquiera puntos de las lineas de los solidos: por exemplo, de 60. à 60. vease despues à què puntos se ajusta la CD. y sea de 20. à 20. por lo que el globo de fierro AB. à el de cobre CD. tiene en quanto à el peso la razon de 20. à 60.

CAPITULO V.

DE LA LONGIMETRIA, O METHODO de levantar Planos, copiarlos, y reducirlos.

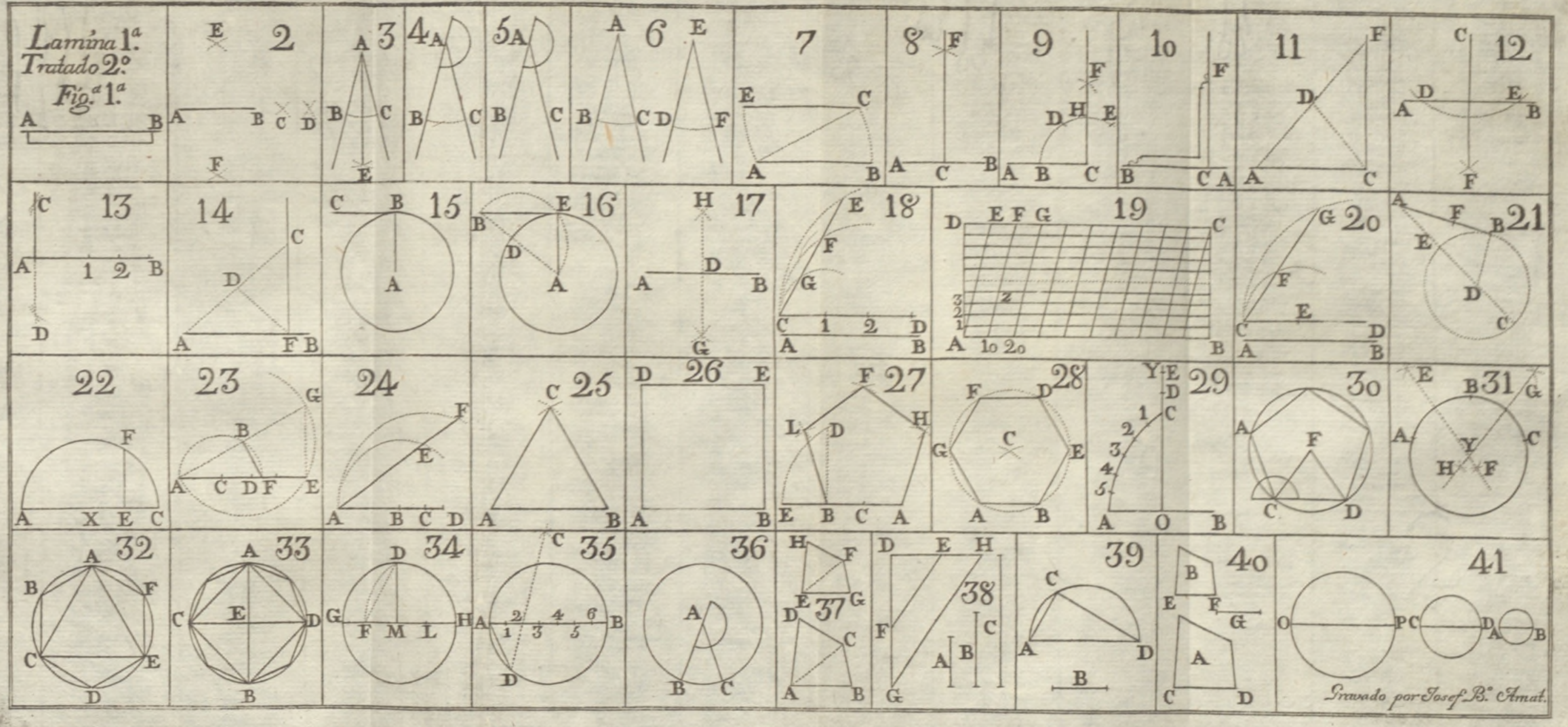
PROPOSICION XLII. PROBLEMA.

Medir las distancias orizontales acesibles, ò inacesibles.

1. SI la distancia fuere acesible se medirà con la vara, braza, ò cadena, en la forma, que todos saben, bien enfilada, y nivelada, para lo qual se tendrà la precaucion de valerse de dos piquetes, y de un plomo que se dexarà caer del extremo de la medida, que se usare, no perdiendo de vista los medidores, para hacerlos contar bien, y medir justo, que es en lo que todo consiste.

2. Si la distancia es acesible en un solo extremo, como la anchura del Rio AB. fig. 42. saquese del punto A. la perpendicular AD. de longitud proporcionada, para servir de base en la operacion, y apliquese el semicirculo orizontalmente à el punto D. y mirando por las pinolas fijas en su diametro el piquete A. muevase

la


Lamina 1.a
Tratado 2.o
Fig.a 1.a
Gravado por Josef B.to Amat.

la alidada hasta enfilar por sus pinolas el punto B. notese el numero de grados, que corta en la circunferencia, y de tantos serà el valor del angulo D. Formese sobre el papèl con el auxilio de una escala, y del semicirculo un triangulo semejante à el ABD. y se tendrà el valor de AB. y mas exactamente con la siguiente analogia. *R. Tang. del ang. D. lado AD. lado AB.*

Esta operacion es util para guiar una mina, y establecer los hornillos debaxo del objecto, que se quiere volar.

3. Si la distancia fuere del todo inacesible por causa de algun impedimento, como Rio, barranco, &c. que embaraza poder llegar à ella, como la EB. fig. 42. midase la base CD. de cuyos extremos se descubran los objectos EB. pongase el semicirculo en C. y mirando por las pinolas firmes un piquete puesto en D. se encaminarà la alidada primero à el objecto B. y despues à el E. para conocer los angulos DCB. y DCE. pasese despues el Instrumento al termino D. dexando un piquete en C. y observense del mismo modo los angulos CDE. CDB. formese sobre el papèl una figura semejante à la del terreno por medio de una escala, y de un semicirculo, y se tendrà la distancia AB. la qual se puede tambien conocer por Trigonometria, aunque mas lavorio-

riosamente. *Con esta operacion se levanta el plano de un Paìs, asegurandose de los puntos principales, con lo que no serà dificultoso señalar en el plano todas las particularidades, que se hallaren en èl, como adelante se verà.*

PROPOSICION XLIII. PROBLEMA.

Medir las alturas acesibles, ò inacesibles.

1. SI la altura fuere acesible, basta para conocerla dexar caer de su parte superior un plomo pendiente de un hilo, pues en las pequeñas dimensiones siendo acesibles, es mas seguro valerse de medidas actuales, que de Instrumentos, los quales son proprios, para operar quando no se puede de otro modo; y los que à un en las mas pequeñas operaciones se valen de ellos sin necesidad, estàn expuestos à cometer grandes yerros.

2. Si la altura de la torre AB. figur. 43. fuere acesible en A. è inacesible en B. midase la base AC. y pongase el semicirculo verticalmente en el punto C. de suerte, que su diametro sea paralelo à el Orizonte, lo qual sucederà luego que un hilo con un pequeño plomo, suspendido libremente pasa por los 90. grados, y centro

del

del semicirculo; mirese por las pinolas mobles el punto B. y notense los grados, que corta la alidada sobre el diametro orizontal, los quales daràn el valor del angulo D. formese sobre el papèl un triangulo semejante à el BDE. ò hagase la siguiente analogia. *Como el R. à la Tangente del angulo D. asi el lado ED. à la EB. à que añadida la altura del Instrumento DC. se tendrà la de la torre AB.*

3. Si la altura de la eminencia AB. fig. 44. es del todo inacesible; en el punto C. tomado lo mas cerca de ella que ser pueda, pongase como antes el semicirculo; mirese por las pinolas fijas el punto H. y por las mobles la cuspide B. para tener el angulo FXB: sobre el enfilamento de los puntos XH. midase la base CE. de tal longitud, que el angulo que forman las visuales en la cuspide B. no sea muy agudo, y puesto el Instrumento en E. de suerte, que por las pinolas fijas en su diametro, estando este paralelo à el Orizonte, se enfile el mismo punto H. muevase la alidada hasta vèr por las mobles el punto B. y tener el angulo FDB. hagase sobre el papèl una figura semejante à la del terreno, ò las siguientes analogias. *Como el Seno del angulo XBD. à XD. asi el Seno del angulo XDB. à XB. y como el R. à XB. asi el Seno del angulo FXB.*

à BF. à que añadido CX. se tendrà la altura AB. que se pretende.

PROPOSICION XLIV. PROBLEMA.

Medir en el terreno el angulo, que forman dos lineas, muros, &c. y trasladarlos à el papèl.

1. QUentense en las lineas, ò muros HG. HY. fig. 45. los pies, varas, &c. que se quisiere, y midase la base GY: hagase sobre el papèl un triangulo semejante á el HGY. y se conocerà el valor del angulo H. por medio de un semicirculo, y mas exactamente con una operacion Trigonometrica. Si sucediese no poder tomàr la distancia GY. por estàr ocupado aquel lugar con Arboles, ò Edificios, se harà la operacion misma por fuera, alargando el lado HY. como se vè en la figura.

2. Apliquense orizontalmente las reglas, que componen el Metragono, ò Medidor de angulos à las lineas, que forman el angulo, que se quiere medir, y los grados, que en el semicirculo cubre la regla superior, serà el valor del angulo propuesto, sea este saliente, ò entrante

como

como se vè en la figura 45. el angulo C. Quando esta operacion se hace para medir el angulo, que forman dos muros, se evitarà el error, que puede ocasionar la desigualdad de sus piedras, aplicando sobre ellos à nivèl dos largas reglas, sobre las quales se harà la operacion antecedente, y se tendrà con mas certeza el valor del angulo.

3. Apliquese la Aguja de Marcar à el lado, ó muro AB. de suerte, que sus pinolas queden paralelas à èl, y vease què grados corta la linea, que està debaxo de la pinola objectiva, que supongo sean 25. notense asimismo los grados, què señala dicha linea, aplicando la Aguja del mismo modo à el lado AE. y sean: por exemplo, 125. restese el menor del mayor, y el residuo 100. serà valor del angulo BAE. Quando quitando el numero menor de grados, que supongo sea 40. del mayor 300. el residuo fuere mas que 180. agreguese el numero menor 40. à lo que le falta à el mayor para cumplir el circulo 360. y el agregado 100. serà como antes el valor del angulo.

PROPOSICION XLV. PROBLEMA.

Hacer la descripcion de un Rio, Barranco, ò Camino.

PUesta la Aguja de Marcar en el punto A. fig. 46. para dar principio à la operacion, hagase poner una vara alta con su vanderola, ó señal lo mas lejos, que ser pueda, como en B. sin incluir en esta distancia buelta considerable, para no multiplicar inutilmente las operaciones; notense los grados, que marca la Aguja, enfilando por sus pinolas la señal, que se puso en B. midase la distancia AB. y estimese lo que la orilla del Rio se aparta de la linea del rumbo para dentro; apuntese lo dicho sobre las lineas correspondientes de un imperfecto diseño, que sobre un papèl se irà haciendo, y quedarà concluida la primera estacion. Para pasar á la segunda se pondrá la Aguja en el termino B. y la marca, ò señal en C. y obrando en esta, y las siguientes estaciones como en la primera, se havrà concluido la operacion en la Campaña. Para trasladarla à el papèl por medio de una escala, y semicirculo, que es operacion mas breve, que valerse de la misma Aguja, restense los grados de la primera, y segunda estacion, y el residuo serà valor del angu-

angulo exterior, formado por el segundo rumbo prolongado, y el tercero, y asi de los demàs; formense con el semicirculo dichos angulos, desele à cada linea la cantidad de pies, varas, &c. que le corresponde, por los puntos, que señalan la orilla del Rio, vayase guiando una linea curba, y à esta otra de la misma figura en distancia de la anchura del Rio, que se puede medir en diferentes parages, si fuere menester, y quedarà hecha la descripcion.

PROPOSICION XLVI. PROBLEMA.

Hacer la descripcion de un plano, ò terreno.

1. PUesto un piquete en cada angulo del plano, que se ha de levantar, midanse con la vara, braza, ò cadena los lados AB. BC. &c. fig. 47. y las diagonales AC. AD. y notense sus medidas en un papèl, donde rudamente se tenga hecha la figura del terreno: esta se pondrà despues en limpio, formando una escala proporcionada à el tamaño, que se le quiere dar, y descriviendo todos los triangulos con la medida propria de sus lados, tomadas del pitipie, con lo que se tendrà concluida la descripcion. *De este modo se levanta el plano de un Prado,*

Cam-

Campo, ù otra cosa semejante, cuyo interior estè desembarazado.

2. En el lado EF prolongado, fig 48. notese con la Esquadra el punto K. sobre quien cae la perpendicular, que pasa por el punto G. y sobre la KG. continuada el punto L. donde viene à dar la perpendicular, que transìta por H. busquese del mismo modo el punto N. por donde pasa la perpendicular, que baxa de Y. y midanse las distancias, EF. FK. &c. y escrivanse sus medidas sobre las lineas correspondientes de un imperfecto diseño, del qual se harà despues una justa delineacion, dandole à cada linea la cantidad de pies, pulgadas, &c. que le corresponde, tomadas en una escala, que para este fin se tendrà hecha, con lo que se concluirà su descripcion. *De este modo se levanta el plano de una Laguna, Pantano, Bosque, Habitaciones, Calles, y Plazas de una Villa, ù otra qualquier cosa, cuyo interior estè embarazado.*

3. Midanse los lados del plano propuesto, fig. 49. y asimismo los angulos por algunos de los modos dichos en la proposicion 37. y apuntese cada cosa sobre la relativa de un borrador, que sobre el papèl se havrà hecho à mano, ò se irà haciendo à el mismo tiempo, que se opera, con lo que se tendrà concluida la operacion en el terreno:

reno : despues se retirarà el curioso à su estancia, donde haviendo formado una escala proporcionada, harà una justa delineacion del plano levantado, siguiendo en el papèl el mismo orden, que tuvo en el terreno, para no padecer equivocacion. *De este modo se levanta el plano de una Fortificacion, tomando las medidas de las cortinas, flancos, caras, &c. en el cordon, y las del foso en lo alto de la contraescarpa, por lo que si se tomaren en el plano del foso, como sucede quando se levanta el plano por la parte esterior, es menester hacer quenta de la escarpa del muro para que el plano no salga disforme.*

PROPOSICION XLVII. PROBLEMA.

Levantar el Plano de una Bahìa, Puerto, ò Costa.

1. FOrmese un imperfecto diseño de la Bahìa, ò Puerto cuyo plano se quiere levantar, valiendose para ello del informe de los Pescadores, ò Practicos, que navegan el tal parage, pues ellos, mas que otros, tienen obligacion de saber, asi los nombres, que estàn mas bien recibidos, de las Puntas, Islas, Baxos,

y Escollos, como tambien los lugares donde estàn, y sus marcas, los quales se abalisaràn en sus cabezas (luego que se quiera levantar el plano) haciendo anclàr en ellos Botes, ù otras Embarcaciones, con unas pequeñas Vanderas en lo alto de los Mastiles, para servir de marcas, ò señales.

2. Busquense sobre el terreno dos lugares notablemente distantes A. y B. fig. 50. de los quales se puedan descubrir todos, ò los mas principales parages del Puerto; midase su distancia bien enfilada, y nivelada, que supongo sea de 100. brazas, y puesta la Aguja de marcar en el punto A. mirense por sus pinolas todos los objectos marcables, escriviendo sobre las lineas correspondientes del diseño los grados, que se apartan del Norte Sur de la Aguja, para el Leste, ó para el Oeste: hagase lo mismo desde B. y si huviere algunos parages, que no sean vistos de los puntos A. B. se elegirá otra base mas conmoda, conocida en virtud de la operacion hecha.

3 En el tiempo de la mayor menguante del mar, prosigase la practica, y con el Bote, ó Lancha vayase reconociendo, y sondando el contorno de la Costa, Islas, Canales, y Baxos, para estimar su figura, brazas de agua, y calidad

dad del fondo, que hai en sus beriles, y travès; tomando à el mismo tiempo que el Escandallo, ò plomo unido à el cordèl (que los Marineros llaman Sondaleza) està en el fondo, algunos puntos en tierra, para poner en el plano la sonda, y marcas de Baxos, y Canales con seguridad, apuntando con claridad todo lo dicho, para no padecer equivocacion, ò tener que volverlo à executar.

4. Hechas estas observaciones, tirese sobre el papèl una recta, que represente el Norte Sur, y elijase en ella un punto correspondiente à el A. por medio de un semicirculo, y marcaciones hechas, tirense las rectas AB. AC. AE. AD. y midanse sobre AB. 100. brazas, tomadas en una Escala, que para este fin se tendrà hecha: con las marcaciones hechas del punto B. y el semicirculo, tirense del mismo modo las rectas BD. BE. BC. y donde concurren estas, con las que salieron del punto A. serà el parage verdadero donde se ha de notar cada lugar de los marcados.

5. Concluida la operacion antecedente, señalese en el plano el bordo de la Costa con una linea, que llevando la figura de los Cavos, y Ensenadas pase por los lugares marcados en ella: notense los Baxos de arena con puntos; los de

pie-

piedra, que siempre estàn cubiertos del agua con cruces dobles; aquellos que con las mareas se cubren, y descubren con cruces sencillas; las rocas, que siempre estàn descubiertas con porciones de lineas elipticas; el paso, ó Canal con dos lineas paralelas de puntos, que pasen por dos lugares señalados en tierra; las brazas de agua con cifras, y el buen surgidero con unas pequeñas anclas.

6. Executado lo dicho sobre la linea de N. S. describase la Rosa Nautica, formese la Escala, si antes no lo estuviese, y pongasele su descripcion, ò titulo, advirtiendo en èl lo que cada cosa significa, y quedarà hecha la descripcion. Del mismo modo que se levanta un Plano de un Puerto, se hace el de una Costa, y observando las latitudes de los principales sitios, se formarà una carta plana, cuya Escala se harà dividiendo un grado en 15. leguas Olandesas, ò 20. Francesas.

PROPOSICION XLVIII. PROBLEMA.

Levantar un Plano, à hacer la descripcion de un Paìs.

1. FOrmese, como antes, un imperfecto diseño del Paìs, que se ha de levan-

levantar, y haviendo observado las posiciones, que se hallaren en èl, se trasladaràn à el papèl, expresando cada cosa, con la figura que le corresponde en la estampa 6. agregando à la que fuere menester la nota, ò caractèr, que le convenga, para distinguir la Jurisdiccion, y prerrogativas de que goza.

2. Se vestirà, y lavarà la Campaña, señalando en ella, si la capacidad del Plano, ò la grandeza de su Escala lo permite, los Lagos, Pantanos, Rios, Arroyos, Canales, Montes, Prados, Bosques, Tierras de Labor, Viñas, Jardines, Caminos, Calzadas, Veredas, ò Sendas, &c. ò las que fueren mas notables, si la pequeñèz de la Escala no permite otra cosa, como se enseña en el capitulo siguiente.

3. Se señalaràn los limites, terminos, ò confines del Plano, que se trabaja, con pequeños trazos de lineas; y las Jurisdicciones, ò Señorios que comprehende, con puntos; escriviendo los nombres proprios de las Ciudades, cerca de la posicion misma, con letras mayusculas, observando, que las de la Capital sean algo mayores: Los de las Villas, con letra Romana, ó Redonda; y los de los Lugares, y Aldeas, &c. en letra Italica, ò Cursiva, con la diferencia de ser algo mayor la de los Lugares. Todo à fin de

po-

poder d'stinguir, asi por la figura de la posicion, como por los caractères de las letras, una Ciudad de una Villa, una Villa de un Lugar, &c. y ultimamente, se pondrà en una tarjeta la explicacion de todas estas cosas, y debaxo de ella la Escala.

PROPOSICION XLIX. PROBLEMA.

De varios modos de copiar los Planos,

1. POngase un papèl blanco, y fino sobre el Plano, que se ha de copiar, y asegurados sus extremos con pequeños alfileres, ò de otro modo, apliquese dicho Plano por su revèz à la Vidriera, y con la luz, que esta recibe por la espalda, se veràn los trazos del original, que se iràn señalando con el lapiz, ò pluma. *Este modo es bueno para copiar las Cartas, acompañamiento de un Plano de Fortificacion, y ornamentos de la Arquitectura civil.*

2. Tomese un papél oleado, y haviendole estregado despues de seco por una, y otra parte con un migajon de pan, apliquese sobre el Plano, que se ha de copiar, asegurandolo por sus extremos, y siguiendo sus trazos, que seràn visibles, con una pluma bien delgada, mojada en tinta co-

mun,

mun, se tendrà en el papèl oleado, una fiel copia del original, el qual se pondrà despues en limpio, aplicandolo à la Vidriera como se ha dicho. *De este modo se copia un Plano, quando se carece de Vidriera, ò no se puede aplicar á ella aunque la haya.*

3. Sobre el papèl en que se ha de hacer la copia, apliquese por su revèz el Plano, que se ha de copiar, y unidos uno, y otro por sus extremos, de suerte, que no se puedan separar, ni variar su primera postura, vayanse picando con una aguja, ò alfiler delgado todos los angulos del Plano; despues de lo qual se juntarán los puntos señalados en la copia, con lineas subtiles de lapiz, y estando estas conformes à las del original, se tiraràn con tinta de China, ò Carmin, segun convenga. *Este modo, aunque molesto, es muy justo, y proprio para los Planos, y perfiles, &c. mas no para las Cartas, y ornamentos de la Arquitectura civil.*

PROPOSICION L. PROBLEMA.

De varios modos de reducir los Planos.

1. SI se quiere copiar, ò reducir la carta ABCD. (fig. 51.) que es para la que

que ordinariamente sirve el modo, que aqui se explica: Tirense en angulos rectos las rectas AB. AD. y tomense sobre AB. desde A. con qualquier intervalo, aunque el mas pequeño es el mejor, las partes iguales A 1. 1. 2. &c. Tomense asimismo sobre la AD. desde A. con el mismo intervalo las partes iguales A 1. 1. 2 &c. perficionese el rectangulo AC. y las partes iguales de la AB. pasense sobre DC como las de AD. sobre BC. por los puutos 1. 2. 3. &c. Tirense paralelas à las rectas AB. AD. y quedarà dividido el plano en quadrados. Hagase una semejante figura *a. b. c. d.* igual, mayor, ò menor; pero que contenga el mismo numero de quadrados, y delineando en cada quadrado del rectangulo *ac.* lo que se halla en el correspondiente del rectangulo AC. se tendrà hecha la copia, ò reducion que se pide.

2. Sea propuesto el plano del baluarte A. B. C. D. E. (fig. 52.) con su escala FG. para hacer otro semejante, cuya escala sea HY. Hagase con el semicirculo el angulo *mab.* igual à su correspondiente MAB. y cortese *ab.* de tantas partes de la escala HY. como el lado AB. contiene de la FG. en el punto *b.* formese el angulo *abc.* igual à el correspondiente ABC. y midanse sobre *bc.* tantas partes de su escala, como BC. tiene

ne

ne de la suya; y prosiguiendo del mismo modo por las demàs lineas, y angulos de la fig. se tendrà concluida la copia, si la escala HY. fuere igual à la FG. ò la reducion si fuere mayor, ò menor. *Este modo aunque exácto es penoso, especialmente quando el plano tiene muchos angulos, y lineas que reducir. El que se sigue es sin contradicion el mejor, por la mayor facilidad que ofrece sin faltar à lo exácto.*

3. Sea propuesto como antes el plano ABCDE. (fig. 52.) para reducirlo en la proporcion de FG. à HY. Tirese una recta indeterminada, y del punto N. con la distancia FG. descrivase un arco, sobre el qual se acomodarà la recta HY. pasandola de O. à Q. tirese la recta N. Q y quedarà formado el angulo ONQ. que unos llaman de reducion, y otros de proporcion por el que se harà la reducion del plano propuesto como se sigue.

Del punto X. donde concurren las cortinas, con la distancia XC. descrivase un circulo, y tirense los radios XR. XC. &c. con el mismo intervalo, y centro *x*. tomado à discrecion hagase otro circulo, tomense las distancias *mr*. *rs*. &c. iguales á las MR. RC. &c. Tirense los radios *xm*. *xr*. &c. y del punto N. con la distancia XA. descrivase el arco LP. tomese la distancia LP. y

pasese

pasese de *x.* hasta *a.* hagase lo mismo para determinar los demàs puntos *b c d e.* y tirense las rectas *ab. bc.* &c. con lo que se tendrà concluida la reducion.

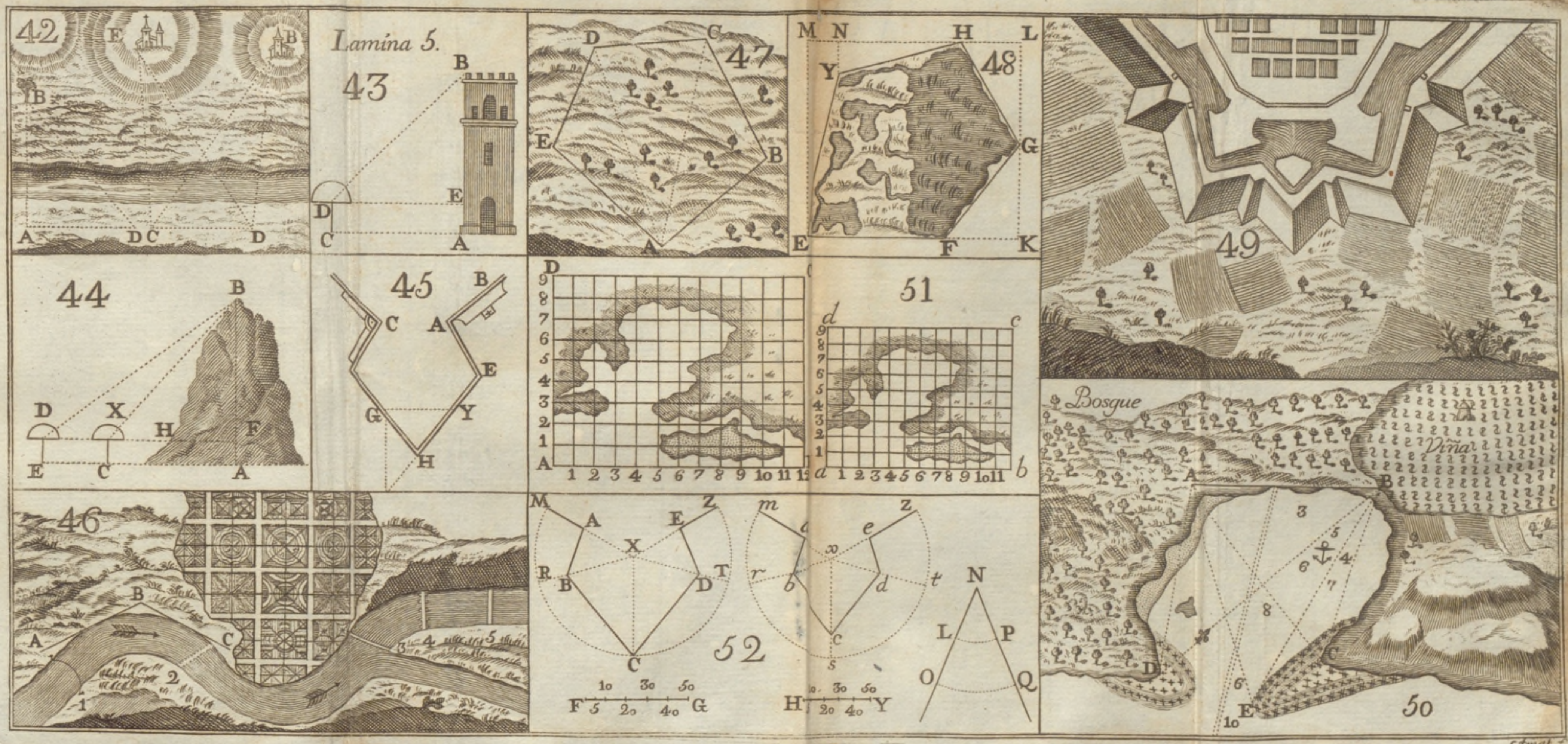
Esto mismo se hace con mas brevedad pasando las reduciones sobre los radios de la fig. A. B. C. D. E.

CAPITULO VI.

DEL MODO DE DELINEAR, Y lavar los Planos.

PARA distinguir facilmente las partes de los Planos, perfiles, &c. se acostumbra delinearlos, y lavarlos de diferentes colores, y à esto llaman arte de lavar los Planos, cuyas reglas, que unas son naturales, y otras de combeniencia, seràn las que sucintamente explicarè en este Capitulo.

PRO-


Lamina 5.
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
Bosque
Viña
Amat f.

PROPOSICION LI.

De los colores propios para delinear, y lavar los Planos.

LOS colores de que se sirven ordinariamente para el diseño, y lavado de los Planos son los siguientes: *Carmin*, *Gutagamba*, *Verde de Gris liquido*. *Indigo*, ò *Añil fino*, *Extracto de Regaliza*, y *tinta de China*: de cada uno discurriremos en particular.

Carmin, es color rojo, que tira à purpura, el mejor es el que viene de Parìs en polvo impalpable: desliese en agua-goma, con el extremo del dedo menique, ò con un pincèl, observando el hacer solo aquella porcion que se juzga necesaria, porque cada vez que se deslia se obscurece, y pierde de su bondad: sirve para tirar las lineas que representan un grueso de cal, y canto, y lavar todas las obras de la misma materia.

Gutagamba. Es una goma resinosa, que se trae de la India, la mejor es de un amarillo subido suave, y sin arrugas; desliese estregando un pedazo en una basija, ò concha, con agua comun hasta que tome el color que se necesita. Es de un grande uso en los diseños de fortificacion,

 espe-

especialmente para lavar los proyectos, y todas las obras que se hacen para un sitio, como Trincheras, &c.

Verde de Gris liquido, ò color de agua, para ser bueno ha de tener un color Azul-celeste, y que no tire sobre lo verde; usase de ella para representar las aguas, echandola en una pequeña vasija, ò concha, y dexandola por algun tiempo al viento, si estuviere desvanecida, ò añadiendole una poca de agua quando està fuerte; su fabrica es como se sigue: Tomense dos onzas de cardenillo, media de cristal tartaro, el grueso de una abellana de Goma Arabiga, un poco de Piedra-Alumbre, y dos quartillos de agua, y puesto todo lo dicho à hervir en una olla nueva, à fuego lento, hasta que haya consumido la mitad, se colarà dicho licor despues de frio por un papél de estraza, y recogiendolo en un bidrio se taparà, y pondrà à el Sol, que le ayuda mucho para que tenga mejor color.

Indigo, ò *Añil fino*, su color es Azul-Turquì, y se deslie en agua-goma del mismo modo, que al Carmin; sirve para lavar todo lo que es de Fierro, Vidrio, y Pizarra, &c. segun las diferentes tintas; pero como no es facil emplear este color igualmente, se dirà en la Proposicion siguiente el modo de hacer otro para el mismo

uso,

uso, mucho mas proprio, y facil de emplear.

Extracto de Regalisa, *ò de orosus*, se deslie en agua-goma; tiene el color de madera, y sirve en el diseño para lavar las obras de Carpinterìa, Fosos, y dar otras sombras en el color de tierra; pero serà mucho mejor valerse de las mezclas que dirè en la Proposicion siguiente, para los mismos usos.

Tinta de China, es una composicion en forma de panes, de diferentes tamaños, y figuras: la mejor es de un negro luciente, con un corto viso de morado, dificil à deshacerse estregandola en agua comun, y que despues de seco el pan, quede por el tal parage terso, y luciente; sirve para tirar las lineas de los planos, y perfiles, que no representan un grueso de cal-icanto, y sombrear las partes de un plano que lo necesitan.

PROPOSICION LII.

De la mezcla de los colores dichos, y los que de ella resultan.

1. AMarillo, y roxo, hacen color de Madera, y de Arena, por lo que la Gutagamba, y un poco de Carmin, dàn un color proprio para lavar las obras de la Carpinte-

ría, y echando menos Carmin conviene para las Arenas.

2. Amarillo, Roxo, y Negro, hacen color de tierra; por lo que la Gutagamba, un poco de Carmin, y muy poca tinta de China, dan un color adequado para lavar los Fosos secos, y tierras de lavor.

3. Azul, y Amarillo, hacen Verde; y asi el Indigo, ò Añil, ó la color de agua, con la Gutagamba, hacen un buen Verde; advirtiendo, que si se quiere muy verde, se le echa poco amarillo, y mas si se quiere claro, ò gay. Esta sirve para dar à lós Jardines, Arboles, Matas, y todo aquello que haya de ser campo.

4. Azul, y Negro, hacen un color obscuro aturquesado, por lo que el Indigo, ò la color de agua, con muy poca tinta de China dan un color proprio para lavar las obras de Fierro, Plomo, Pizarra, y Vidrio, haciendo la tinta para el Fierro, mas obscura que para la Pizarra: para el Plomo menos azul, y mas clara, y para el Vidrio muy clara.

5. Azul, y Roxo, hacen color de Purpura, si el Azul predomina Violeta, y si el Roxo morado, y asi el Carmin con el Indigo, ò con la color de agua, hacen los colores referidos. De lo dicho consta, que con el Carmin, Gutagamba,

ba, color de agua, tinta de China, y colores que de sus mezclas resultan se tiene quanto es menester para el diseño, y lavado de los planos, perfiles, &c.

NOTA. Que la tinta de China, y Carmin para tirar lineas ha de ser mas fuerte que para el lavado, porque los trazos, ò lineas deben dominar sobre todas las tintas, procurando no servirse de las que estàn viejas, ò desvanecidas en los dos colores dichos, si se quiere que el lavado salga proprio, y vivo.

PROPOSICION LIII.

De las Plumas, Pinceles, Vasijas, para las tintas, y Papèl para el diseño.

PLumas. Las mejores para designar la Arquitectura Militar, y Civil son, las del extremo del ala derecha, mas claras, y menos duras, por mas faciles à hender, y cortar limpiamente. Usase de las de Cuervo para tirar lineas delicadas, designar la campaña, &c. y de las de Cisne para hacer los Margenes, ó Marcos de los Planos.

Pinceles. Para bien lavar un Plano se necesita

sita sean los Pinceles suaves, de solo una punta no muy larga, y que no se enrrosquen; el diametro de los pequeños es de media, hasta una linea, y el de los grandes, de una, à tres; los pequeños sirven para tomàr la color, y los grandes para desvanecerla, mojado en agua comun.

Vasijas. Regularmente se acostumbra echar los colores para trabajar, en unas pequeñas conchas del Mar: las quales siendo nuevas, es preciso antes de usar de ellas, hervirlas en agua para extraer la sal que mantienen; pero tengo por mejor servirse de unas pequeñas tazas silindricas de hueso, ù otra materia fuerte, de pulgada, y media de diametro, y nueve, ò diez lineas de alto, con su concavidad espherica, por la seguridad de sus asientos, y facilidad de transportarlas en una caxa.

Papèl. El que se gasta para el diseño, y lavado de los Planos, tiene diferentes marcas, y tamaños; el mejor es, el mas blanco, batido, y engomado: èl serà bien batido si estuviere igual, ò liso, de suerte, que no se perciba el grano: por lo que mira à el engomado, no se puede dar indicio cierto para conocerlo; y asi es menester tomarlo sobre la buena fee del que lo vende, y por esto acostumbran algunos

gunos darle una, ò dos manos de agua de alumbre, bastantemente aspera.

PROPOSICION LIV.

Observaciones para el diseño, y lavado de los Planos, Perfiles, &c.

1. LAS obras de cal, y canto, que susisten, se notan con lineas roxas continuas, y las de tierra con lineas negras.

2. Las obras que estàn arruinadas, siendo de cal, y canto, se señalan con lineas roxas de puntos, y las de tierra con lineas punteadas de negro.

3. Las obras subterraneas de cal, y canto, se expresan tambien con lineas roxas de puntos, y si estàn sobre la hàz del empedrado, con lineas punteadas de negro.

4. Las obras existentes de cal, y canto, seràn lavadas de roxo, las de tierra de negro, y lo que fuere proyecto, en qualquiera de estas dos naturalezas de obra, de Amarillo.

5. Los Zespedes se lavaràn de Verde obscuro, las aguas de Azul-Celeste, las obras de Carpinterìa, de color de madera, y las arenas de lo mismo; pero menos roxo.

Los

6. Los Techos de teja, seràn lavados de roxo, un poco amarillo; los de Pizarra, de pardo, con viso de azul obscuro, y el Fierro, Plomo, y Vidrio, de lo mismo: observando en la degradacion de tintas, lo que se dixo en la Proposicion 52. numero 4.

7. El Cobre, Bronce, y Metal fundido, no haviendo tinta que imite bien sus colores, se lavaràn con la de China, y despues se le pasarà una tinta de Verde de Gris liquido, porque dichos Metales, pasado poco tiempo, toman este color, y lo conservan tanto quanto dura la obra.

8. En toda suerte de obra, lo que no estuviere cortado, rompido, &c. se lavarà igualmente de una tinta clara, de la color que conviene à la calidad de la obra; y lo mismo se harà en todo aquello que lo estuviere, con solo la diferencia, que la tinta sea mas fuerte.

9. En un Plano todo vacìo, como Sotanos, Aposentos, Patios, &c. se dexaràn en blanco; mas en los cortes, ó perfiles, estos vacíos, excepto los Patios, se lavan con tinta de China, mas, ó menos fuerte, segun que dichos vacíos son mas, ò menos profundos, y los gruesos de los muros, vovedas, y suelos de la color que conviene.

NO-

NOTA. Que lo dicho en las tres observaciones primeras, se entiende solo de los Planos enteros, porque en los particulares todas sus lineas deben ser negras, sea la obra de la materia que se fuese; las seis restantes que pertenecen á el lavado son generales para todas suertes de Planos.

PROPOSICION LV.

Maximas para bien delinear, y lavar los Planos.

1. QUE la pluma estè bien cortada, esto es, igual de puntos, menos hendida, que para escribir, y que se sacuda cada vez que se moja en el color, à fin, que el exceso que huviere cojido, caiga en el vaso, y no llene la regla, y manche el original.

2. Para tirar las lineas se tendrà el papèl sobre una tabla, ò carton igual, y recto, y no sobre cosa blanda, como son unos papeles sobre otros; observando no apoyar el estomago sobre la tabla, sino el brazo izquierdo, si pareciere, dexando el derecho libre, y ligero.

3. Se llevarà la pluma quasi à plomo, sin apoyarla demasiado sobre el papel, ni contra la

regla,

regla, sino ligeramente sobre el uno, y contra la otra, à fin que las lineas salgan limpias, cortadas, è iguales en todas sus partes; observando asimismo no pasar los puntos que señalan los extremos de la linea.

4. La tinta de China, y Carmin para tirar lineas ha de ser de una dencidad razonable, porque si està muy espesa, no correrà bien, y las lineas saldrán desiguales; y si muy clara no seràn bastantemente negras, ò roxas.

5. El Pincèl con que se dà la tinta ha de estàr bien mojado en ella, de suerte, que flote sobre el papèl delante del Pincèl: y el del agua para desvanecerla, razonablemente humedecido, porque si està muy lleno la baña, y estiende mas de lo que es menester.

6. Para desvanecer la tinta se empezarà por donde se acabò de dar, prosiguiendo àzia donde se principiò; haciendo esto con prontitud, especialmente, quando se usa de la tinta de China, ò Carmin, porque estos dos colores secan velozmente.

7. El Pincèl con que se desvanece la tinta, se lavarà de tiempo en tiempo en agua clara, á fin de que largue la color que tuviere, y despues se llevarà à la boca, ó se enjugarà ligeramente sobre un grueso papèl de estraza, para

qui-

quitarle la mayor parte del agua que ha cojido.

8. Se removerà la tinta con el Pincèl cada vez que se moge en ella, à fin que el lavado salga igual, y por la misma razon se le echarà de tiempo en tiempo una gota de agua con el extremo del dedo, especialmente quando la calor es mucha.

9. Las sombras que necesitare el plano que se trabaja se daràn primero, y despues se lavarà con la color que convenga; porque como las tintas mojan el papèl, y lo penetran, queda despues de seco con varias desigualdades, sobre las quales no es facil hacer las sombras como se debe.

10. Si el papèl por estàr mal batido, y engomado embebiere velozmente la tinta, sin dar tiempo de estenderla igualmente, y desvanecerla, se le dará una tinta muy clara de la color que convenga; y quando el papèl la haya embebido, sin aguardar que estè del todo seca, se podrà lavar con facilidad.

11. Finalmente, para empezar à trabajar se aprontaràn sobre una mesa que debe recibìr la luz del lado izquierdo, respecto del que opèra, las conchas, ò tazas de colores, con regular simetrìa: un vaso mediado de agua clara, y sobre

bre èl los Pinceles: tres, ò quatro plumas bien cortadas, unas mas delgadas que otras: y teniendo el plano enfrente del pecho, cubierto de un papèl para su limpieza, y aparte otro para probar los colores, se emplearàn estos como se sigue.

PROPOSICION LVI.

Del modo de designar, y lavar las partes de un Plano entero de Fortificacion con su corte, ò perfil; y posiciones, que se hallan en el Paìs de su contorno.

ESTA Proposicion và dispuesta con orden alfabetico à fin de hallar con mas facilidad lo que se pretende.

Almacen de Polvora. Los Muros, y Contra-Fuertes que lo terminan se marcan por dos lineas roxas, entre las quales se lava de la misma color, la vobeda por dos diagonales punteadas sin lavar: el muro de clausura, que lo rodea por una linea roxa delgada, y si en su lugar tuviere Estacada, se expresarà con puntos, ò pequeños ceros, hechos con tinta de China, observando asimismo señalar la puerta del Almacen, y la del Muro de clausura donde corresponde. Si la Escala fuere muy pequeña, se designarsignaràn los Muros del Almacen por una sola linea, sin señalar los Contra-Fuertes, ni Vobeda, y se lavarà de roxo; obrando en los demàs como se ha dicho.

Arroyo. Se expresa, y lava como los Rios, si la Escala del Plano lo permite, y en caso que su pequeñèz no lo tolere, se designarà con solo una linea negra, contra la qual se pasarà un sutil filo de color de agua, del lado de la sombra.

Arbol de Marca. Designado con tinta de China un poco mayor que los otros, se le darà una pequeña pincelada de verde obscuro, del lado de la sombra, y otra de verdegaì claro, del lado de la luz.

Bosque, Se manifiesta figurando los Arboles con pequeños trazos de pluma, hechos con tinta de China, mezclando entre ellos por intervalos algunas yerbas, todo con irregularidad, despues de lo qual se darà una tinta clara de verde, sobre toda la estension del Bosque, y en estando esta bien seca, una leve pincelada de verde obscuro, sobre cada Arbol, del lado de la sombra, para hacerlo avultar. Vease la fig. 50.

Baxo. Se designarà del modo dicho en la Proposicion 47. y como por este medio queden bien distinguidos, me parece serà mas acertado

lavar-

lavarlos con la color de agua, mas fuerte en sus beriles, que de color de arena los bancos, y de roxo los de piedra como se acostumbra. Vease la fig. 50.

Barca de Pasage. Se exprime por una linea negra, que atrabiesa el Rio, con alguna curvidad del lado de la corriente; esta linea denota la cuerda por donde se conduce la Barca, y debe estàr unida por sus extremos à dos estacas, clavadas en las orillas del Rio, como se vè en la fig. 46. n. 1.

Banqueta. Si estuviere señalada en el plano, por permitirlo su capacidad, se dexarà en blanco sin lavarla.

Castillo. Siendo fortificado se expresarà segun fuere, designado, y lavado con la color que le convenga; pero sino lo es se notarà con tinta de China, como se vè en la Estampa 6. lavando el techo de la casa de azul, y el de las dos torres de roxo.

Cuerpo de Guardia. Se marcarà por un pequeño rectangulo designado, y lavado con Carmin, y si la Escala lo permite, se esprimirá tambien la Galerìa, que sirve para tener las Armas debaxo de cubierta, durante el dia.

Canàl. Se marcará por dos lineas paralelas roxas, si fuere revestida, y negras sino lo fuere;

re; observando, que la una sea mas gruesa que la otra, y lavar su madre con la color de agua como los Rios, y si fuere proyecto se lavaràn sus vordos de amarillo, desvanecido àzia la parte de tierra.

Calzada. Se designarà con dos lineas negras hechas à la regla, y asimismo su escarpa si la Escala lo permite; observando señalar sus vueltas, y lavar la escarpa del lado de la sombra con tinta de China algo clara. Vease la Estampa 6.

Camino. Se señala por dos lineas negras delgadas hechas con descuido, y algunos pequeños arboles, y matas por la parte esterior, dexandolo sin lavar como se vè en la Estampa 6.

Convento. Se representa por una pequeña Iglesia, con su Torre, ò Campanario, y una Cruz en lo alto, designado todo con tinta de China: lavando la Torre de azul, y el techo de la Iglesia de roxo. Vease la Estampa 6.

Caserìa. Se figura con una pequeña casa hecha con tinta de China, lavando sus techos de roxo, como se vè en la estampa 6.

Cruz. Siendo de piedra se designarà, y lavarà de roxo, segun se vè en la Estampa 6. y sino lo es de la color que le convenga.

Cantera. Se señala con tinta de China, con una entrada obscura: como se vè en la Estampa 6.

Dique. Se expresa por dos lineas negras, siendo de tierra; entre las quales se lavarà con tinta de China; ò por una gruesa linea roxa, quando es de piedra. Vease la fig. 46. num. 3.

Dunas. Se designan como las Montañas; y se lavaràn de color de arena.

Estrada cubierta. Se dexa en blanco sin labar.

Esplanada. Se labaràn sus fases alternativamente, esto es, una sí, otra no, con tinta de China algo clara, conservando siempre la fuerza de ella en la parte superior, y desvaneciendola àzia la inferior; despues de lo qual, se pasarà del mismo modo sobre todas las fases de la esplanada sombreadas, y no sombreadas, una tinta de verde algo claro. Vease la fig. 49.

Estanque. Se marcaràn sus vordos, y el empedrado que fostienen las aguas, con tinta de China, no siendo revestido; pero si lo fuere, sea de piedra seca, ò de argamasa, con una linea roxa, señalando su compuerta por dos lineas de puntos, al través de la escarpa, observando de hacer por intervalos en el Estanque, y sobre sus bordos algunas yervas aquaticas, como Juncos, Cañas, &c. todo irregularmente, lavando por ultimo su extension con la color de agua.

Foso. El de agua se lava de este color, con-

conservando la fuerza de la tinta en los bordos, y desvaneciendola àzia medio, quanto sea posible; pero si fuere seco, se lavarà de color de tierra vermeja desvanecida del mismo modo.

Flecha. Se designarà con tinta de China, en la madre de los Rios, Arroyos, &c. ò en una de sus orillas, como se vè en la fig. 46. para denotar con su punta el parage àzia donde corre el agua.

Fuente. Se figura con tinta de China, como se vè en la Estampa 6. lavando su techo de roxo, y el Estanque, ó el Pilon donde se recogen las aguas de su color.

Hacienda de Campo. Se figura por dos casas designadas con tinta de China, y lavados sus techos de roxo, como se vè en la Estampa 6.

Hermita. Se designa con tinta de China, una pequeña Cruz en lo àlto de los Muros que terminan su fase, y lavado el techo de roxo. Vease la Estampa 6.

Horno de Cal. Se denota como se vè en la Estampa 6. bosquejado con tinta de China, y lavada la boca por donde se echa la leña de carmin.

Ignographia. En la de un plano entero siendo revestido, la linea del cordon, la de la contraescarpa, &c. han de ser roxas, y las demàs negras; pero sino lo es, todas las lineas seràn negras, y lo mismo en planos particulares, sean, ó no revestidos, observando, que la del cordon sea siempre mas gruesa que la de la contra escarpa.

Jardines. Se designan haciendo unos pequeños quadrados con tinta de China, algo clara, como se vè en la fig. 46. y se lavaràn dando unas pequeñas pinceladas de verde en unos parages, y en otros de goma guta, con irregularidad, y ligeramente.

Laguna. Se señala con tinta de China, haciendo à trechos algunos hervages, ò yervas aquaticas, lavando sus orillas de color de agua, y las yervas con verde claro, igual al de los Prados como se vè en la fig. 48.

Muro, ò Revestimiento. Siendo de cal, y canto, se expresa por una linea roxa, y si el plano lo permite se señala tambien su escarpa por otra linea mas delgada del mismo color.

Molino. Sea de agua, ò de viento se designa con tinta de China, segun se vè en la Estampa 6. lavando el techo de el de agua de roxo, el de viento que fuere de piedra de lo mismo, y el de madera de su color.

Montaña. Se expresarà en plano, ò en elevacion, segun se vè en las figuras 42. y 44. dandoles

doles las sombras, que necesitare con tinta de China, y lavandola despues de un color de tierra, no muy encendido, dandole à trechos algunas pinceladas de verde.

Ortographia, *ò Perfil*. En los diseños de Fortificacion, saviendo lavar los planos, los perfiles no tienen dificultad, porque tiradas todas sus lineas con tinta de China, se lavaràn las obras existentes de cal, y canto, igualmente de roxo, y las demàs de las correspondientes colores del plano, obscureciendo las que quedaren detras de las lineas del perfil, à proporcion de sus distancias, teniendo presente para la degradacion de las tintas lo que se ha dicho en la Proposicion 54. observaciones 4, 8, 9.

Parapèto. Se lava con tinta de China algo fuerte, lo mas igualmente, que ser pueda.

Puerta. Quando el plano lo permite se señala en su muro por un espacio, que se dexa en blanco sin lavar.

Puente. Se denota por dos lineas roxas, siendo de piedra, como se vè en la fig. 46. n. 5. ò negras si fuere de madera, observando señalar las de travès, y distinguir la Puente levadiza de la durmiente por dos diagonales como se vè en dicha fig. num. 4. y dexando una, y otra sin lavar.

Pantano. Se señala su contorno con tinta de China, y en su extension se mezclan algunas yervas, y aquosidades, que manifiestan lo impracticable del terreno, que se lavarà de color de tierra. Vease la fig. 48.

Prado. Se figura la yerva con menudos puntos, y sutiles trazos de pluma, hechos con tinta de China, no muy fuerte, y despues se lava su extension ligeramente de verde claro. Vease la fig. 47.

Reducto. Se designa segun el es, con la color, que le conviene, y se lavarà su parapeto, y foso, como el de las otras obras.

Rio. Se expresa por dos lineas negras, observando, que la del lado de la luz sea la mas gruesa, y se lavarà su madre con la color de agua, conservando la fuerza de la tinta en las orillas, y desvaneciendola àzia enmedio.

Solar, ò Suelo. El de las havitaciones de una Plaza se designan con las lineas roxas delgadas del lado de la luz, y gruesas de la parte de la sombra, siendo las calles regulares; porque no siendolo, seràn todas las lineas delgadas, y se lavaràn dichos ambitos, ò suelos con tinta clara de carmin, desvaneciendola enmedio, ó igualmente sin desvanecerla, si la escala no permite otra cosa. Vease la fig. 49.

Terra-

Terraplèn. Se dexa en blanco, lavando solo su escarpa (señalada por una linea negra) con tinta de China, algo clara, conservando la fuerza de ella en la linea, que termina el terraplèn, y desvaneciendola àzia la parte inferior.

Traversas. Se designan con la color, que le conviene, y se lavan del mismo modo, y con la misma tinta, que los parapetos.

Texar. Se representa en elevacion por un pequeño covertizo, sostenido de puntales, y lavado de roxo, como se vè en la Estampa 6.

Tierras de Labor. Se expresaràn dividiendo el terreno en diferentes porciones con lineas paralelas hechas con el lapiz, ò tinta de China muy clara, las quales representan los cavalletes, que hacen los zurcos del arado, y despues se lavarà dichas piezas de tierra, pasando sobre cada cavallete un sutil filo de la color, que convenga para imitar lo natural de la campaña, desvaneciendola de un lado. Vease la fig. 49.

Ventana. Se figura, si lo permite la escala por un espacio del muro, que se dexa en blanco; pero continuadas sus lineas.

Venta. Se expresa por una pequeña Casa con su insignia, ò vandera, designado todo con tinta de China, lavando el techo de roxo, y la insignia de azul. Vease la Estampa 6.

Vado

Vado. Se señala por un pequeño camino punteado de negro, que atraviesa el Rio. Vease la fig. 46. num. 2.

Vereda. Se exprime por una sola linea delgada, hecha con tinta de China, algo clara, y algunas pequeñas matas por intervalos. Vease la Estampa 6.

Viñas. Se notan con tinta de China, como se vè en la fig. 50. dando sobre cada zepa una pequeña pincelada de verde, bastantemente vivo, ò alegre sin estenderlo demasiado.

NOTA. Que el modo de designar, y lavar las posiciones dichas, es para el acompañamiento del Plano de una Plaza, y Paìs de su contorno: Mas en los Planos de los Señorios, Provincias, y Reynos señalada la Capital, y Plazas fortificadas en Plano, y las demàs posiciones en elevacion, como se vé en la Estampa 6. debaxo de su titulo, se vestirà la Campaña con los Rios, Lagos, Bosques, y Montañas mas considerables.

FIN.

ERRATAS QUE SE DEBEN CORREGIR.

Fol.	Lin.	Errata.	Correccion.
30	2	La Paralelogrammos.......	Los Paralelogrammos....
34	1	Prop. LXVII.	Prop. XLVII.
81	21	GF.	CF.
84	13	(p. 18. l. 5.)	(p. 17. l. 5.)
94	14	tiene	tienen
99	7	Theorema.	Problema.
108	23	CD.	CB.
111	20	AE. FG.	AE, EG.
115	16	(Fig. 32.)	(Fig. 33.)
116	2	como H.	como H. (Fig. 32)
117	9	YLR.	YRL.

NOTA.

Las demás equivocaciones (bien que no esenciales) que se pudieran advertir, son por sì tan manifiestas, que no merecen este lugar; mediante, que el contesto de la oracion dà sobrada luz para la inteligencia, sin necesidad de correccion.

Lam.ª 6.

Posiciones para la Carta de una Ciudad, y sus Contornos.

- Ciudad en Plano
- Castillo Fortificado
- Castillo Antiguo
- Hazienda de Campo
- Cazeria
- Venta
- Combento
- Ermita
- Fuente
- Molino de Agua
- Moli.º de Vie.to de Piedra
- Mol.no de Vie.to de Madera
- Cantera
- Horno de Cal
- Tejàr
- Cruz de Piedra
- Cruz de Madera
- Arbol de Marca

- Calzada
- Camino
- Vereda

Para la de un Señorio, ô Provincia.

- Capital en Plano
- Ciudad
- Villa
- Lugar
- Aldea
- Castillo Fortificado
- Castillo sin Fortificar
- Cazeria
- Venta
- Ermita
- Molino de Agua
- Molino de Viento

Notas que se colocan sobre la Torre de la Ygles.ª

- Arzobispo
- Obispo
- Abad
- Prior
- Comendador
- Universidad

Para las de un Reyno.

- Capital en Plano
- Capital de Provincia
- Ciudad
- Villa
- Lugar
- Aldea

En Sevilla Grav.do por Josef Br.e Amat.

Notas para las Ciudades, Villas, y Lugares.

- Residen.ª del Principe
- Del Capitan Gene.l
- Gobierno de Plaza
- Castillo
- Tribun.l de Justicia
- Corregimiento

Al pie de la Posicion

- Republica ..... R̄
- Ducado ..... D̄
- Marquesado ..... M̄
- Condado ..... C̄
- Vizconde ..... V̄
- Señorio ..... S̄
- Campo de Batalla
- Batalla Ganada
- Batalla Perdida

Señales que se colocan en las Cart.s Mariti.s

- Arrecife de piedras
- Piedras que velan ..... ΔΔΔΔΔ
- Piedras que se cubren a pleamar ..... ×××××
- Pied.s que no se descubren
- Baxo de arena y piedra
- Baxo de arena sola
- Alfagues
- Manchas de agua
- Vortice, ô Remolino
- Fondos. A. arena. P. piedra. L. lama. C. cascajo. N. negra. AP arena, y piedra. asi &c L.N.L.S.
- Señal para entr.da d.l puerto
- Buen Surgidero
- Señal de Derrota
- Bolcan
- Corrientes

INDICE

DE LOS TRATADOS, LIBROS, CAPITULOS, Y demás puntos principales, que se contienen en esta obra.

TRATADO I.

DE LA GEOMETRIA Elementar.

EN el que se contiene, que cosa es Geometrìa segun su ethimologia, su objeto principal, las partes en que èsta se divide, y fines à que se dirige la idea del Autor, con la explicacion de los ter-

terminos propios, y freqüentes de esta facultad.

LIBRO I.

DE LOS ELEMENTOS GEOMEtricos de Euclides.

TRATASE en èl de las definiciones, axiomas, y postulados, ò de los principios fundamentales de la ciencia de geometrìa; de las lineas, triangulos, y paralelogrammos; demonstrando los accidentes de las lineas que concurren; de las paralelas; de los angulos de las figuras; de los triangulos en todo iguales; de las partes de un triangulo; de los paralelogrammos en sì mismos, y de los paralelogram-

mos

mos entre sì, fol. 1.º hasta el 34.

LIBRO II.

EN el que se contiene, ò trata de las potencias de las lineas, esto es, la que se deduce de la division de una linea recta en qualesquiera partes; de su division en dos partes iguales; de su division en dos partes iguales, y en dos desiguales, y de las potencias de los triangulos obliquangulos. fol. 35. à 44.

LIBRO III.

QUE trata del circulo, y sus propiedades, hablando de las rectas de un punto à la circunferencia; de las cuerdas, arcos, y

seg-

segmentos; de los angulos en el circulo; de los circulos, que se tocan; de los que se cortan; y de las rectas tangentes, y secantes del circulo, fol. 45. à 65.

LIBRO V.

TRATA de la cantidad en comun, con la explicacion de las razones entre sì; de las cantidades iguales; de las desiguales; de los terminos proporcionales; y del todo, y sus partes, fol. 65. à 78.

LIBRO VI.

HACE demonstracion de los triangulos, y paralelogrammos desemejantes; de los triangulos se-

semejantes; de las rectas angulares; de las figuras semejantes; de los circulos, y sus partes; y de las rectas en el circulo, fol. 79. à 100.

LIBRO SEPTIMO, Y Octavo, ù once y doce de Euclides.

EN los quales se trata lo perteneciente à los solidos, haciendo demonstracion del concurso de estos; de las paralelas en el solido; de los planos en el solido; de la seccion de los solidos; de los solidos desemejantes; y de los solidos semejantes, fol. 101. à 122.

TRA-

CA-

CAPITULO III.

CAPITULO IV.

CAPITULO V.

CA-

CAPITULO VI.

DEL modo de delinear, y labar los planos, esto es, los colores propios para ello, y la mezcla que de ellos resulta; de las plumas, pinceles, y vasijas para las tintas, y papèl para el diseño; observaciones para este, y labado de los planos, perfiles, &c. Maximas para la buena delineacion, y labado; y modo de designar, y labar las partes de un plano entero de fortificacion con su corte, ò perfil, y posiciones que se hallan en el paìs de su contorno, folio 176. à 198.